

熱力学 試験問題 2007年9月 清水

答案用紙（両面）：1枚，計算用紙：1枚，解答時間：90分 ノート・参考書・電卓など：持ち込み不可

答案用紙1枚に収めること。計算問題は、計算の仕方や考え方も簡単に記すこと。

1. 「熱や仕事は状態量ではない」というのはどういう意味か説明せよ。
2. エントロピーの自然な変数が U, V であるような熱力学系の基本関係式 $S = S(U, V)$ について、 $S(U, V)$ が上に凸な関数であることを一般的に示せ。
3. 光子気体の基本関係式 $S = S(U, V)$ は、 Ω を正定数として次式で与えられる：

$$S = \Omega U^{3/4} V^{1/4}. \quad (1)$$

以下の間に答えよ。ただし、教科書では Ω を別の定数で表した結果を記したが、ここでは Ω をそのまま用いよ。

- (a) ヘルムホルツの自由エネルギー $F = [U(S, V) - TS](T, V)$ を求めよ。
 - (b) 状態方程式 (P, V, T の間の関係式) を求めよ。
 - (c) 定積熱容量 $C_V \equiv \lim_{dQ \rightarrow 0} \left(\frac{dQ}{dT} \right)_{V, N}$ を求めよ。
4. 完全な容器（断熱・断物の固い壁で囲まれた容器）の中が、熱を通す断物固定壁により、体積が $V/3$ の部分系 1 と、体積が $2V/3$ の 2 に仕切られている。それぞれに、基本関係式が $S = K(UVN)^{1/3}$ であるような物質を、等量入れた。全系が平衡状態に達したときの以下の量の値（平衡値）を、全系の U, V, N の値の関数として求めよ。
 - (a) 部分系 1 のエネルギー $U^{(1)}$ 。
 - (b) 部分系 1, 2 それぞれの圧力 $P^{(1)}, P^{(2)}$ 。
 5. 系がいくつかの外部系と力学的仕事をやりとりしながら、外部系 e_1, e_2, \dots と次々に熱接触する場合に、系が熱を交換する相手の外部系 e_1, e_2, \dots にとって準静的過程であれば、系のエントロピー変化は、 e_i の温度を T_i として次の不等式を満たす：

$$\Delta S \geq \sum_i \int_{e_i \text{ と接触する始状態}}^{e_i \text{ と接触する終状態}} \frac{dQ}{T_i}. \quad (2)$$

これを用いて、温度 T_H の熱浴と温度 T_L の熱浴 ($T_H > T_L$) と熱をやりとりすることで動作するサイクル過程（熱機関）の効率の上限値を、 T_H, T_L の関数として求めよ。

6. エントロピー増大則や、準静的過程について成り立つ等式 $dQ = TdS$ を用いて、次の定理を証明せよ：『温度の異なる 2 つの系を透熱壁を介して接触させると、どちらの系にとっても準静的過程であれば、熱は高温の系から低温の系へと移動し、2 つの系を合わせた複合系のエントロピーは強増加する』
7. 講義や試験について、良い点・悪い点を述べよ。3行以上あれば内容の如何にかかわらず、一律に多少の点を与えるので、自由に思った通りに書くこと。