

答案用紙（両面）：1枚、計算用紙：1枚、解答時間：90分

問1 ある物理量  $A$  を表す自己共役演算子  $\hat{A}$  の固有値が、縮退のない離散スペクトルを成すとする。固有値  $a$  に属する規格化された固有ベクトルを  $|a\rangle$  と書くと、任意の状態ベクトル  $|\psi\rangle$  は、これらの線形結合で表せる：

$$|\psi\rangle = \sum_a \psi(a)|a\rangle \quad (1)$$

この展開係数  $\psi(a)$  を、 $a$  の関数とみなし、波動関数と呼ぶ。

1.1  $\psi(a)$  を、 $|a\rangle$  と  $|\psi\rangle$  で表せ。

1.2  $|\psi(a)|^2$  には、どのような物理的意味があるか？

1.3 状態  $|\psi\rangle$  について、 $A$  の測定を行ったときの期待値  $\langle A \rangle$  を、 $a$  と  $\psi(a)$  で表せ。

1.4 状態  $|\psi\rangle$  について、演算子  $\hat{B}$  で表される別の物理量  $B$  の測定を行ったときの期待値  $\langle B \rangle$  を、 $\hat{B}$  と  $|a\rangle$  と  $\psi(a)$  で表せ。

問2 物理量  $A, B$  を表す自己共役演算子  $\hat{A}, \hat{B}$  が、 $[\hat{A}, \hat{B}] = ik$  ( $k$  は正の実定数) を満たすとする。

2.1 任意の状態  $|\psi\rangle$  に対して、

$$\delta A \delta B \geq \frac{k}{2}. \quad (2)$$

が成り立つことを示せ。ただし、 $\Delta \hat{A} \equiv \hat{A} - \langle \psi | \hat{A} | \psi \rangle$ ,  $\Delta \hat{B} \equiv \hat{B} - \langle \psi | \hat{B} | \psi \rangle$  とおいたとき、 $\delta A \equiv \sqrt{\langle \psi | (\Delta \hat{A})^2 | \psi \rangle}$ ,  $\delta B \equiv \sqrt{\langle \psi | (\Delta \hat{B})^2 | \psi \rangle}$  である。

2.2 上式の物理的意味を説明せよ。

問3 1次元空間を、保存力をうけながら運動する粒子の運動を考える。保存力のポテンシャル  $V(x)$  は、 $a$  を正の定数として、次のような「井戸型」であるとする。

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (-a/2 \leq x \leq a/2) \\ +\infty & (|x| > a/2) \end{cases} \quad (3)$$

この粒子の質量を  $m$ 、位置座標を  $x$ 、運動量を  $p$  とすると、古典的ハミルトニアンは、次のようになる。

$$H = \frac{1}{2m} p^2 + V(x) \quad (4)$$

3.1 これを正準量子化したとき、Schrödinger 表現における、演算子  $\hat{x}$ ,  $\hat{p}$ ,  $\hat{H}$  を書け。

3.2 基底状態（エネルギーの一番低い状態）の、固有エネルギー  $E_1$  と、規格化された固有関数  $\psi_1(x)$  を求めよ。答えだけでなく、途中の考え方も記すこと。

3.3 基底状態の次にエネルギーの低いエネルギー固有状態の、固有エネルギー  $E_2$  と、規格化された固有関数  $\psi_2(x)$  を求めよ。答えだけでなく、途中の考え方も記すこと。

3.4 初期時刻 ( $t = 0$ ) において、波動関数が

$$\psi(x, 0) = \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_1(x) + \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_2(x) \quad (5)$$

であったという。この状態がシュレディンガー方程式に従って時間発展すると、ある周期  $T$  で、この状態に戻る。  $T$  を求めよ。 答えだけでなく、途中の考え方も記すこと。

問 4 講義や試験について、良い点・悪い点・感想などを述べよ。3行以上あれば内容の如何にかかわらず、一律に多少の点を与えるので、自由に思った通りに書くこと。

注意：以下の事項を守らない場合、カンニングとみなされることがある。

※特に出題者からの許可がない限り、学生証、時計、および筆記用具以外のものを机の上に置かない。

※ 鞆入れなども鞆等にしまい、鞆は机の中、脇の椅子または床の上に置く。

※ 携帯電話等を時計の代わりに使用してはならない。

※ 教科書、参考書、ノート等は鞆等にしまう。

※ 解答用紙や計算用紙は所定の枚数以上に取りえない。