

問1 ある量子系のハミルトニアン $\hat{H}$ の固有値 E_n と、規格化された固有ベクトル $|n\rangle$ が、すべて求まっているとする。ただし、 $n = 1, 2, 3, \dots$ 。

1.1 初期時刻 ($t = 0$) における状態ベクトルが $|\psi(0)\rangle = |n\rangle$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) であるとき、時刻 t における状態ベクトル $|\psi(t)\rangle$ を求めよ。

1.2 初期時刻 ($t = 0$) における状態ベクトルが、 $|\psi(0)\rangle = \sum_n c_n |n\rangle$ であるとき、時刻 t における状態ベクトル $|\psi(t)\rangle$ を求めよ。

1.3 初期時刻 ($t = 0$) における状態ベクトルが $|\psi(0)\rangle = c_1 |1\rangle + c_2 |2\rangle$ (ただし $E_1 \neq E_2$) であるとき、この量子系の状態が、時刻 $t = 0$ における状態に戻る時刻 t はいくらか？

問2 ヒルベルト空間 $\mathcal{H} = \mathcal{C}^2$ で記述できる量子系について、次の行列で表される物理量を考える。

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

2.1 誤差のない測定を行った場合、 $\hat{A}$ の測定値 (個々の測定値) として得る可能性のある値を全て挙げよ。

2.2 $\hat{A}$ の測定値がばらつかずに、何度行っても同じ値になるような状態ベクトルを、2 つ求めよ。

2.3 この量子系の状態が、次のような状態ベクトルで表されるとき、それぞれの測定値を得る確率はいくらか？ ただし、 θ は実数である。

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} (\cos\theta + \sin\theta)/\sqrt{2} \\ i(\cos\theta - \sin\theta)/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (2)$$

問3 一次元空間を、保存力を受けながら運動する粒子の運動を考えるこの粒子の質量を m 、位置座標を x 、運動量を p 、保存力のポテンシャルを $V(x)$ とすると、古典的ハミルトニアンは、次のようになる。

$$H = \frac{1}{2m} p^2 + V(x) \quad (3)$$

3.1 これを正準量子化すると、演算子 $\hat{x}$ 、 $\hat{p}$ の満たすべき交換関係はどうなるか？

3.2 それを Schrödinger 表現すると、 $\hat{p}$ はどのように表されるか？

3.3 Schrödinger 表現における、ハミルトニアン $\hat{H}$ を書け。

3.4 それを用いて、ポテンシャルが次のような「井戸型」である場合に、 $\hat{H}$ の固有値と規格化された固有関数を求めよ。

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq |a/2|) \\ +\infty & (x > |a/2|) \end{cases} \quad (4)$$

問4 講義や試験について、良い点・悪い点・感想を述べよ。3 行以上あれば内容の如何にかかわらず、一律に多少の点を与えるので、自由に思った通りに書くこと。