

2010 夏予想解答？

問題1

1. 天体の明るさを青い光、黄緑色の光にそれぞれ感度を持つ2つのフィルターで測定した絶対 B 等級と絶対 V 等級の差 $B-V$ が色指数で、
$$B-V = M_B - M_V = \frac{5}{2}(\log(f_V) - \log(f_B))$$
 と表せることから色指数が小さいほど天体の温度は大きくなり、青く見える。
2. 星の内部で、核融合の熱によって温度が上昇すると星が膨らみ、断熱膨張の結果として星の中心温度は下がる。このように系全体としての比熱が負であるように振舞うため星の核融合反応は安定している。
3. 星の内部でつくられた重元素や超新星爆発時の高エネルギーガンマ線によってつくられた鉄よりも重い貴重な元素を宇宙空間にばらまいた。
4. 電子の縮退圧で支え切れる白色矮星の質量の上限値で、約 1.4 倍太陽質量である。
5. 温度が非常に高く、光度も非常に明るいブラックホールが短い時間の間に輻射としてエネルギーを放出してしまい、消えてしまうこと

問題2

- A) ゼロ年齢主系列
- B) 中心の対流核全体で水素燃焼の火が消えたのでヘリウム核が収縮して温度を上げ、圧力勾配を作り出す。
- C) ヘリウム核の周りの水素に火が付き、水素殻燃焼に移行する。この後もヘリウム核は収縮するので水素殻燃焼の温度が上昇し、核反応のエネルギー発生率が大きくなって水素外層が膨らむ
- D) 水素外層が全部対流層になり林トラックに乗る。水素燃焼のエネルギー発生率は依然として大きくなっていくので星は明るくなる。
- E) ヘリウム核は縮退せず、ヘリウム核の中心でトリプル・アルファ反応が始まる。
- F) トリプル・アルファ反応が安定化し、水平分岐に乗る。中心部は対流層。
- G) 中心でヘリウムがなくなってヘリウム殻燃焼に移行し、林トラックに再び乗る。その後恒星風が吹き始め、白色矮星のみが残る。

説明図は省略で。パワポに載ってます。

問題3

1. 金星または火星のレーダーエコー時間を測り、ケプラーの第三法則 $(a_i)^3 \left(\frac{2\pi}{P_i} \right)^2 = GM$ 。とレーダーエコー実験の結果から得られる式 $a_3 - a_2 = \frac{1}{2}ct$ から、地球の軌道半径、金星(火星)の軌道半径、太陽質量に関する連立方程式を解く。
2. 三角測量の原理を使う。地球の公転に伴って星の位置が天球上を角度 θ だけ移動したとき、レーダーエコー実験から得られた地球の軌道半径を a とするとその星までの距離 d は
$$d = \frac{a}{\tan \theta} \approx \frac{a}{\theta} (m)$$
 となる。これを年周視差 p を使って表すと
$$d = \frac{a}{\pi p / 60 \times 60 \times 180} (m)$$
 となる。
3. セファイドには明るさの変化する周期が長いほど絶対光度が明るい周期-高度関係があり、その周期を測ることでセファイドの絶対光度がわかる。そうすると見かけの光度を測定してやると、等級と距離の関係式 $M = m + 5 - \log(d)$ より $d = 10^{0.2(-M+m+5)} pc$ となる。

ハッブルの宇宙膨張則 $v = H_0 r$ より、銀河の後退速度 v と銀河までの距離 r が正確にわかればハッブル定数の正確な値が求まる。銀河の後退速度はドップラー効果から求めることができるが、銀河までの距離を正確に測定するのは難しい。正確なハッブル定数が決まると宇宙年齢が決まるので、より正確に天体までの距離を求めることが宇宙年齢の決定に重要な要因となっている。

問題4

1. ①ハッブル則：現在の宇宙膨張を銀河の後退速度から示したもので、銀河がある一点から膨張を始めたことを示す。
 ②3 K 宇宙背景放射：初期宇宙は約 3000K の黒体放射で満たされていた。ウィーンの変異則によると黒体放射には $\lambda T = \text{一定}$ の関係があるため、約 1000 倍膨張した現在の宇宙の黒体放射は 3K であるはずで、実際そうになっている。つまり、3K 黒体放射はビッグバンの高温の名残だと考えられる。
 ③ヘリウムの存在量：宇宙に普遍的にあるヘリウムが全て星内部の核融合反応でつくられるとするとヘリウムの存在量は約 10% となるが、実際には約 25% である。こうなると宇宙初期に生成されたとしか考えられず、そのためには初期宇宙が非常に高温な火の玉宇宙である必要がある。

$$2. \quad \frac{dv}{dt} = -\frac{GM_r}{r^2} \quad \text{ただし、} \quad M_r = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho$$

$$3. \quad (2) \text{より、} \quad v \frac{dv}{dt} = -\frac{GM_r}{r^2} \frac{dr}{dt}$$

両辺 t について積分すると、積分定数を E として $\frac{1}{2}v^2 = E + \frac{GM_r}{r}$ となる。

これを移項すると $E = \frac{1}{2}v^2 - \frac{GM_r}{r}$ で、右辺第一項が単位質量あたりの運動エネルギー、第二項が重力エネルギーであり、 E は単位質量あたりの全エネルギーとなる。ここで $E > 0$ ならば運動エネルギー > 重力エネルギーであるから宇宙は永久に傍聴を続ける。