入門線形代数

053M

問題 2-1, 2-2

2. (3)

2	1	3	1
0	−1	2	2
1	0	−1	−2
7	0	0	−7
2	−1	0	−2
1	0	−1	−2
1	0	0	−1
0	1	0	0
0	0	1	1

(①+②+③×5)
(②+③×2)
(①/7)
(2/7①−②)
(1/7①−③) 下より

$(x_1, x_2, x_3) = (-1, 0, 1)$ //

(4)

2	3	0	4
1	−1	1	1
3	1	−3	−2
2	3	0	4
6	−2	0	1
3	1	−3	−2
22	0	0	11
0	11	0	11
3	1	−3	−2
1	0	0	1/2
0	1	0	1
0	0	−3	−9/2
1	0	0	1/2
0	1	0	1
0	0	1	3/2

(②×3+③)
(①×2+②×3)
(①×3−②)
(①/22)
(②/11)
(③−①/22−②/11)
(③×(−1/3)) 下より

$(x_1, x_2, x_3) = (\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2})$ //

3. (Ⅴ → Ⅳ : ②×(−1) ⇩ Ⅳ → Ⅰ : ①+②×(−2) と進んでいく)

1 (1) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (行入れかえ)

(2) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (①+②×(−2)) (1行目)

(3) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (③−② (3行目)

(4) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (②/2 − ③/2) (3行目)

(5) 簡約

(6) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ (入れかえ)

(7) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (①−②) (1行目)

2. 1行目が(0,0)のとき ～ (1,1)のときを考えよ

3. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{matrix} * \\ 0 \end{matrix}$ or $\begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & * & * \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} * & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$,

$\begin{bmatrix} 0 & * \\ 1 & * \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ の4通り

入門線形代数

053M

問題 2-2. 2-3

4.(1) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ rank=2
入れかえ (②−①×2)

(2) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix}$ (①−②)
$\to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix}$ (①−②×2)
rank=2 //

(3) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ (入れかえ, ①−②×2)
rank=2

(4) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ (②−①×2)
$\to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ (③−②)
$\to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ (①−$\frac{3}{2}$) (②+$\frac{3}{4}$③) (③/4) rank=3

(5) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ (入れかえ) (②×$\frac{1}{2}$)
$\to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ (②−③×2)
rank=3

(6) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -5 & -1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 6 & 2 \end{bmatrix}$
$\to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
rank=2

4 (7) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ (①−②) (①−③)
$\to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (②/2) (③−②×2)
$\to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (①−②×3)
rank=2 //

1. (1)

2	−1	5	−1
0	2	2	6
1	0	3	1
1	0	3	1 (入れかえ)
0	2	2	6
0	−1	−1	3 (①−③×2)
1	0	3	1
0	1	1	3 (②/2)
0	0	0	0 (②+③×2) より

$\begin{cases} x_1 + 3x_3 = 1 \\ x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$ で,

$(x_1, x_2, x_3) = (1-3c,\ 3-c,\ c)$ より

$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} + c\begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $(c \in \mathbb{R})$ //