入門線形代数

053M

問題 1.1

1 (1) 3×4型

(2) 0

(3) $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 & -5 \end{bmatrix}$

(4) $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

(5) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 18 \\ 4 & -1 & 0 \\ -3 & 2 & 2 \\ 8 & -5 & 12 \end{bmatrix}$

2. (1) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

(2) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ($i=j+1=2$ のとき ($i=2$ $j=1$))

(4) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ($i=4-j=3$ のとき ($i=3$ $j=1$))

3. (1) $a_{ij} = i\,\delta_{ij}$

(2) $a_{ij} = \delta_{i,j+1} + \delta_{i,j-1}$

4. (1) $(a, b, c, d) = (4, 4, 5, 1)$

(2) $(a, b, c, d) = (3, 1, 1, 2)$

$\left\{\begin{array}{l} b+2=a \\ a-1=2b \end{array}\right.$ より $(a, b) = (3, 1)$

5. (1) $\left\{\begin{array}{l} a=2c+1 \\ b=3 \\ c=a-2 \end{array}\right.$ より $(a, b, c) = (3, 3, 1)$

(2) $\left\{\begin{array}{l} a=b-2 \\ b-2=1 \\ a+1=c \end{array}\right.$ より $(a, b, c) = (1, 3, 2)$

6. $A=(a_{ij})_n$ とすると

${}^tA=(a_{ji})_n$, $-A=(-a_{ij})_n$ より

$(a_{ji})_n=(-a_{ij})_n$ となり

$i=j$ のときは $a_{ii}=-a_{ii}$ となり

$a_{ii}=0$ となる. よって示された.

7. (1) $\left\{\begin{array}{l} b-2=0 \text{ (問6より)} \\ a=-2c-1 \\ c=-3 \\ d-2=-c \end{array}\right.$ より

$(a, b, c, d) = (5, 2, -3, 5)$

入門線形代数

053M

問題 1.1 , 1.2

7 (2)
$$\begin{cases} 3-b=0 \\ c=0 \\ b=-a-1 \\ c-1=-d \end{cases}$$ より

$(a, b, c, d) = (-4, 3, 0, 1)$

8. $A = {}^tA = -A$ とするとき
「A：零行列」を示せばよい。
$A = -A$ より
$a_{ij} = -a_{ij}$ となり
Aは零行列である。 //

P10

1 (1)
$$\begin{bmatrix} 4+0+2 & 6+2+2 & -4-7+6 \\ 2+0-2 & 3-10-2 & -2+35-6 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 6 & 10 & -5 \\ 0 & -9 & 27 \end{bmatrix}$$ //

(2)
$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & -4 \\ -3 & -1 & 2 \\ 12 & 4 & -8 \end{bmatrix}$$ //

(3) $6-1-8 = \underline{-3}$ //

(4)
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = O$$

1 (5)
$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 5 & 4 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0+2 & 5-0 & 9-2 \\ 3-6 & -2-4 & 8-6 \\ -1+8 & 8-4 & 1+2 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 5 & 4 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ -3 & -6 & 2 \\ 7 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} -12 & -12 & 17 \\ 13 & -14 & 22 \\ -16 & -13 & -13 \end{bmatrix}$$ //

2 AC. BD. CA. CB で.

$$AC = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$ $CA = 3$

$CB = [6 \ 5]$

$$BD = \begin{bmatrix} 4 & 17 \\ 7 & 16 \\ -1 & 4 \end{bmatrix},$$

3. (1)
$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A^n = O \ (n \geqq 3)$$

(2)
$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

以下くり返すので.

$$A^{3k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad A^{3k+2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^{3k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (= E)$$ //