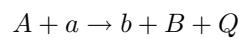


CM to Lab transformation

A(a,b)B reaction



基本的に Lab 系での量を小文字、 CM 系での量を大文字で記述する。

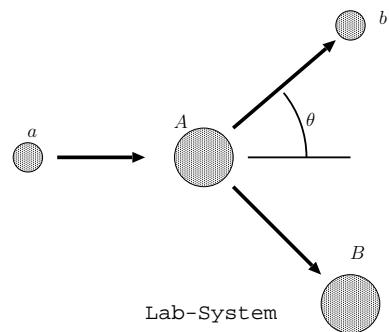


Fig.0.1 Lab-system

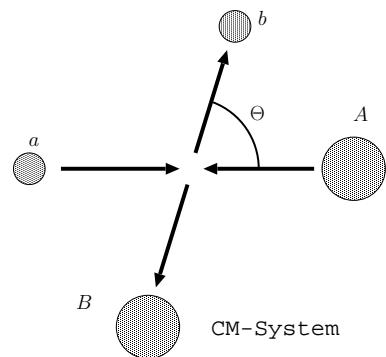


Fig.0.2 CM-system

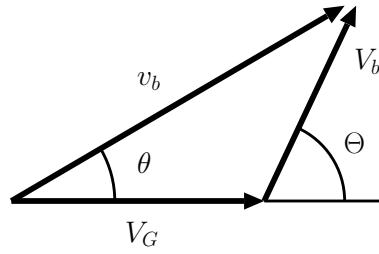


Fig.0.3 angle:cm to lab

グラフより

$$(V_b \cos \Theta + V_G) \cdot \tan \theta = V_b \sin \Theta$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{\sin \Theta}{\gamma + \cos \Theta}$$

ここで

$$\gamma = \frac{V_G}{V_b}$$

V_G は重心の速度

$$V_G = \frac{m_a}{m_a + m_A} v_a$$

CM 系でのエネルギーは

$$E_{CM} = \frac{1}{2} m_a V_a^2 + \frac{1}{2} m_A V_A^2$$

ここで、

$$V_a = v_a - V_G = \frac{m_A}{m_A + m_a} v_a$$

$$V_A = 0 - V_G = -\frac{m_a}{m_A + m_a} v_a$$

したがって

$$E_{CM} = \frac{m_A}{m_A + m_a} \frac{1}{2} m_a v_a^2$$

$$\therefore E_{CM} = \frac{m_a}{m_A + m_a} E_{Lab}$$

$$\therefore E_{CM} = \frac{1}{2} \frac{m_A(m_A + m_a)}{m_a} V_G^2$$

反応後のエネルギーは

$$E_{CM} + Q - Ex = \frac{1}{2} m_b V_b^2 + \frac{1}{2} m_B V_B^2$$

CM 系であるから

$$m_b V_b = m_B V_B$$

$$E_{CM} + Q - Ex = \frac{1}{2} \frac{m_b(m_b + m_B)}{m_B} V_b^2$$

Q-value の定義から

$$Q = (m_a + m_A) - (m_b + m_B)$$

$$\frac{m_b + m_B}{m_a + m_A} = 1 - \frac{Q}{m_a + m_A} \simeq 1$$

結局

$$\therefore \gamma = \frac{V_G}{V_b} = \sqrt{\frac{m_a m_b}{m_A m_B} \frac{E_{\text{CM}}}{E_{\text{CM}} + Q - \text{Ex}}}$$

なお、CM 系での角度は

$$\Theta = \theta + \sin^{-1}(\gamma \sin \theta)$$

で計算する事が出来る。

断面積の変換は

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{CM}} = \frac{d(\cos \theta)}{d(\cos \Theta)} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Lab}}$$

$$= \frac{|1 + \gamma \cos \Theta|}{1 + 2\gamma \cdot \cos \Theta + \gamma^2)^{3/2}} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Lab}}$$