亀でも数学者でもわかる哲学の無限論

1　無限が哲学の問題になる理由

　矛盾した物事は実在しない。無限の実在とは矛盾概念なので、現象世界（経験世界）で無限だと認識される対象があれば、それは意識内在的なもので実在ではない。だから無限は存在論の根本問題である。

　エレア派のゼノンは「二分割」や「アキレスと亀」などのパラドックスによって時間と空間が無限の部分を持つことを示し、時空によって構成される現象は矛盾しているため実在ではないことを示唆した。

　カントはアンチノミーの論証によってゼノンが用いた無限分割の方法に加え、無限延長の方法を用いて時間と空間は実在（物自体）でないと主張した。カントによれば時間と空間は感性の形式であり、現象世界にのみ存在する。

2　無限の実在は明白な矛盾である

　二分割のパラドックスで無限の実在が矛盾であることを簡潔に証明できる。出発地から目的地に到達するためにはその距離の半分の地点１を通過しなければならない。その半分の地点１に到達したら次はそこから目的地までの半分の地点２を通過しなければならない。半分の地点は無限にあり、その無限の地点は無限の自然数と対応可能になる。以下に（無限の地点が存在すると仮定して）地点０から地点Ｚに到達する場合を示す。

地点　：　0,1,2,3,4,5,6,……Z
自然数：　0,1,2,3,4,5,6,……∞

　無限の地点は無限の自然数と対応しているので「地点Ｚに到達する」ということは、「無限の自然数を数え終わる」と言うことと同じである。「最大の自然数」というものはなく、自然数は数え終わらないものであるから明白な矛盾である（即ち地点が実際に無限に存在するなら空間は矛盾なので実在ではない）。

3　無限の実在は数え終わらなくても矛盾である

カントの第一アンチノミー（時間と空間の無限大）について、無限の過去や空間は二分割やアキレスと亀のように通過できず数え終わることができないから矛盾ではないという主張があるが、これは誤謬である。「無限の物事が実在する」と言った時点で矛盾だからである。

二分割のパラドックスでは目的地に到達した際に無限の自然数を数え終わるという矛盾になることを想起しよう。この矛盾はそもそも出発地から目的地までの二点間に無限の自然数が完結して全て存在するということを前提している。

二点間に自然数が完結して存在しているから、それらを通過することが矛盾なのである。 この場合「自然数が完結している」 と言った時点で矛盾が発生していることが重要である。

二つの矛盾の構造を確認しよう。

矛盾1：　無限の地点が存在する ＝ 無限の自然数が完結して存在する
矛盾2：　無限の地点を通過する ＝ 無限の自然数を数え終わる

二分割とアキレスと亀のパラドックスは矛盾2に相当するが、それは矛盾1を前提にしており、矛盾1を明白にしただけである。「無限の物事が実在する」という言明は一見「俊足のアキレスが鈍足の亀に追いつけない」のようにパラドキシカルではないが、実際には完結しないはずの自然数が完結していると言うに等しい矛盾である。カントがアンチノミーで示した無限の過去や空間とは矛盾1に相当する。無限の物事は通過できなくても数え終わらなくても矛盾なのである。

4　数学の無限と哲学の無限は異なる問題

無限の問題は数学的に解決できるという人がいるが、これは間違いでなくても正しくない。数学における無限の問題と哲学における無限の問題は根本的に異なるからである。両者の無限論の焦点の相違を以下に要約する。

哲学：　無限の対象（物事）が現実世界に実在するか否かという問題
数学：　無限の対象が存在すると仮定しそれをどう計算するかという問題

両者の差異は形而上学的コミットメントという言葉で表現できる。

たとえば「2＋3＝5」という数式の場合、「2」や「3」に対応する物事は現実世界に存在する（例： オレンジが二つ、時計の秒針が三回転）。

しかし「＋」に対応する物事は現実世界に存在しない。「＋」とは人間が創造した計算用の概念だから人間の頭の中にしかない。「∞」も「＋」と同じで人間の創造物であり、人間の頭の中にしかない概念である。したがって無限に対応する物事は現実世界に実在しないと哲学者は考える。

そして上のように「無限に対応する物事は現実世界には実在しない」と明言する場合、その主張は現実世界の実在についての主張なので形而上学的コミットメントがあると哲学ではみなす。

哲学の無限論は形而上学的コミットメントがあるが、数学の無限論には形而上学的コミットメントがない。数学で「x→∞」や「2.222…」と表記する場合、「∞」や「…」に対応するものが現実世界に実在するという形而上学的な主張は数学にはない。数学は無限の存在を仮定しているだけである。

2.999…から 0.999…を引けば 2 になるという計算が正しいのは、その計算過程に「無限に続く、引く、無限に続く」という意味が含まれていて、「無限に続く」という言葉の意味が前者と後者で整合しているから正しいのである。数学が用いる無限は数学という人工言語内のみに存在し、実在には属さない。

5 地点は実在するかという問題

アリストテレスは可能的無限と現実的無限を区別することによってゼノンのパラドックスを解消しようとした。二分割のパラドックスとは、分割作業は可能的に無限に行えるということであって、実際に無限に作業を行った結果として現実に無限の地点が実在するわけではないということである。

可能的無限： 無限とは何かを限りなく出来るという操作可能性である
現実的無限： 何かを限りなく行った結果として無限の物事が実在する

多くの哲学者は可能的無限を用いてゼノンのパラドックスを解消しようとする。しかし可能的無限を用いても、ゼノンの示唆した手順はどうしても無限の地点が実在しているかのように思わせる。だから哲学では今なおゼノンのパラドックスは問題とされている。

なおカントがアンチノミーで論じた過去の無限には可能的無限は使えない。過去の物事は現実に生じたことであり、過去に可能だった物事は全て現実化を完了しているため、過去においては可能的無限と現実的無限は一致するのだ。

6 無限の問題の解決法

ゼノンとカントによって提起された哲学的な無限の問題の解決法は以下の三つがある。

方法1： 数学的方法で解決できると考える
方法2： 無限とは可能的無限であり現実的無限は実在しないと考える
方法3： ゼノンとカントの論証は正しいと認め時空は実在ではないとする

方法1が的外れなのは前述したが、ごく稀に哲学者でもこの方法を採用する人がいる。そのような人は数学の無限の問題には形而上学的コミットメントがないことを理解しておらず、哲学における無限の問題を根本から誤解している。
方法2は多くの哲学者が採用している。しかし二分割が示す無限の「地点」というものは可能的なものだとしても、可能的な地点が人の認識する前から存在しているなら、可能的無限イコール現実的無限ということになる。これは観念論と実在論の論争とかかわる。観念論者と実在論者の主張を以下に要約する。

観念論： 知覚対象は人に認識されることによって存在する
実在論： 知覚対象は人に認識される前から存在している

実在論とは、人が認識するか否かにかかわらず知覚対象は実在するという主張である。すると地点というのは人が空間的対象の特定の位置を認識したり目印を付けたりする以前から存在しているということになる。人が認識してから地点は存在を始めるのではない。この実在論のテーゼを前提すると可能的無限イコール現実的無限ということになり、無限の実在という矛盾を避けられない。
したがってゼノンとカント（観念論）が正しいように思われる。
しかし現代の実在論論争においては、実在的なのは世界の数学的構造だけだとする構造実在論という立場もあり、この立場なら時間の流れや空間の長さの実在を否定しながら実在論を肯定できる可能性がある。さらに時間の形而上学

における永久主義は、相対性理論で記述される時間は実在的だが、変化は実在しないとしてカントの第一アンチノミーを回避している。
　無限と永久は以下のように異なる。

　無限(infinity)　**：**　物事が限りなく変化し続ける
　永久(eternity)：　変化しない物事が永続する

　永久主義では過去が無限に実在したという矛盾を避けられるので合理的な時間の形而上学とみなされる。更に永久主義は特殊相対性理論との親和性からも支持する論者が多い。
　つまり現代哲学ではゼノンとカントが正しいと認めても、必ずしも観念論になるわけではないし、自然科学の知見が否定されるわけでもない。しかし素朴な時間と空間のイメージを根本から改定するので、従来の科学的実在論や形而上学的実在論は大きな影響を受けるだろう。
　哲学の無限論とはこのように深甚かつ巨大な問題なのである。

心の哲学まとめ TOP ページに戻る