

計算科学 I 試験問題

平成20年2月6日 (担当 加茂)

(算術化関数及び述語 Sq が原始帰納的であることは用いても構いません。)

URM の算術化は次の通り : URM の各命令に対して,

$$\alpha_{Z(n)} = \text{Seq}^{(3)}(0, 0, n), \quad \alpha_{S(n)} = \text{Seq}^{(3)}(0, 1, n), \quad \alpha_{T(n,m)} = \text{Seq}^{(4)}(0, 2, n, m),$$

$$\alpha_{J(n,m,q)} = \text{Seq}^{(5)}(0, 3, n, m, q).$$

M_Z, M_S, M_T, M_J, M_I は, それぞれ, 零命令, 増加命令, 複写命令, 分岐命令, 命令を表す 1 変数原始帰納的述語.

URM の各プログラム $P \equiv "I_1, \dots, I_s"$ に対して, $\alpha_P = \text{Seq}^{(s+1)}(1, \alpha_{I_1}, \dots, \alpha_{I_s})$.

M_P は, プログラムを表す 1 変数原始帰納的述語.

先頭の要素が 2 である組の形をした自然数 $\text{Seq}^{(n+1)}(2, a_1, \dots, a_n)$ を状態 :

R_1	R_2	$\dots$	R_n	R_{n+1}	R_{n+2}	$\dots$
a_1	a_2	$\dots$	a_n	0	0	$\dots$

とみなす.

M_Δ は, 状態を表す 1 変数原始帰納的述語.

$\text{Seq}^{(3)}$ の値域に属し, 最初の要素が 3 で, 次の要素が 1 以上で, 最後の要素は状態を満たす自然数 $\text{Seq}^{(3)}(3, p, b)$ を, p が命令番号で, b が状態の時点表示とみなす.

M_G は, 時点表示を表す 1 変数原始帰納的述語.

$\text{Seq}^{(*)}$ の値域に属し, 最初の要素は 4 であり, 残りの要素はどれも時点表示を満たす自然数を時点表示の有限列とみなす.

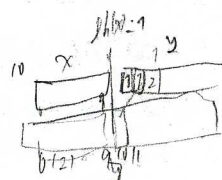
$M_\S$ は, 時点表示の有限列を表す 1 変数原始帰納的述語.

問題 1 次の述語が原始帰納的であることを示しなさい.

($M_Z \sim M_\S$ が原始帰納的述語であることは用いても構いません。)

- (1) $M_1(x) \equiv "x$ は 2 個以上零命令が現れるプログラムである"
- (2) $M_2(x) \equiv "x$ は無条件分岐命令¹が現れないプログラムである"
- (3) $M_3(x, y) \equiv "x$ はプログラムであり, このプログラムでレジスタ R_y は言及されない"
- (4) $M_4(x, y, z) \equiv "x$ はレジスタ R_y の内容が z の状態である"
- (5) $M_5(x) \equiv "状態 x のレジスタの内容はどれも 0 か奇数である"$
- (6) $M_6(x, y) \equiv "x$ は状態が y の時点表示である"
- (7) $M_7(x, y, z, w) \equiv "時点表示 x の R_y の内容を z にすると, 時点表示 w になる"$
- (8) $M_8(x, y, z) \equiv "x$ と y は標準形のプログラムであり, その結合が z である"

¹言及するふたつのレジスタが同じ分岐命令のことです.



Handwritten notes and calculations. It includes a table of values for $f(x, y)$ and $f(x, y, z)$.

$f(x, y)$	$f(x, y, z)$
$1 \cdot 1 = 1$	$1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$
$1 \cdot 2 = 2$	$1 \cdot 1 \cdot 2 = 2$
$2 \cdot 1 = 2$	$2 \cdot 1 \cdot 1 = 2$
$2 \cdot 2 = 4$	$2 \cdot 1 \cdot 2 = 4$
$3 \cdot 1 = 3$	$3 \cdot 1 \cdot 1 = 3$
$3 \cdot 2 = 6$	$3 \cdot 1 \cdot 2 = 6$
$4 \cdot 1 = 4$	$4 \cdot 1 \cdot 1 = 4$
$4 \cdot 2 = 8$	$4 \cdot 1 \cdot 2 = 8$
$5 \cdot 1 = 5$	$5 \cdot 1 \cdot 1 = 5$
$5 \cdot 2 = 10$	$5 \cdot 1 \cdot 2 = 10$
$6 \cdot 1 = 6$	$6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$
$6 \cdot 2 = 12$	$6 \cdot 1 \cdot 2 = 12$
$7 \cdot 1 = 7$	$7 \cdot 1 \cdot 1 = 7$
$7 \cdot 2 = 14$	$7 \cdot 1 \cdot 2 = 14$
$8 \cdot 1 = 8$	$8 \cdot 1 \cdot 1 = 8$
$8 \cdot 2 = 16$	$8 \cdot 1 \cdot 2 = 16$
$9 \cdot 1 = 9$	$9 \cdot 1 \cdot 1 = 9$
$9 \cdot 2 = 18$	$9 \cdot 1 \cdot 2 = 18$
$10 \cdot 1 = 10$	$10 \cdot 1 \cdot 1 = 10$
$10 \cdot 2 = 20$	$10 \cdot 1 \cdot 2 = 20$