

計算科学 I 期末試験問題 (平成 19 年 2 月 2 日 : 担当 : 加茂)

アルファベット記号全体を U で表す. 即ち, $U = \{a, b, \dots, z\}$ とする. U の記号の重複を許した有限列 (空列を除く) を 単語 とよぶ. 単語全体を Σ で表す. 即ち,

$$\Sigma = \{u_1 \cdots u_k \mid k = 1, 2, 3, \dots \text{ かつ } u_1, \dots, u_k \in U\}$$

とおく. 各記号 $u \in U$ に対して, u のゲーデル数 α_u を, $\alpha_a = 0, \alpha_b = 1, \dots, \alpha_z = 25$ で定め, u と α_u を同一視する. 各単語 $\sigma \equiv u_1 \cdots u_k \in \Sigma$ に対して, σ のゲーデル数 α_σ を, $\alpha_\sigma = \text{Seq}^{(k)}(\alpha_{u_1}, \dots, \alpha_{u_k})$ で定め, σ と α_σ を同一視する.

Σ の各部分集合 L に対して, 述語 M_L を,

$$M_L(x) \iff x \text{ は } L \text{ に属す単語 (のゲーデル数) である}$$

で定める.

(1) 次の $L \subset \Sigma$ 達について, M_L が原始帰納的述語となることを示せ. (各 10 点)

(1.0) $L = \Sigma$

(1.1) $L = \{\sigma \in \Sigma \mid \sigma \text{ にアルファベット } c \text{ は現れる}\}$

(1.2) $L = \{\sigma \in \Sigma \mid \sigma \text{ にアルファベット } a \text{ は現れない}\}$

(1.3) $L = \{\sigma \in \Sigma \mid \sigma \text{ の先頭が } a \text{ なら最後は } b, \text{ 先頭が } a \text{ 以外なら最後は } c\}$

(1.4) $L = \{\sigma \in \Sigma \mid \sigma \text{ に } a \text{ が現れるなら } b \text{ も現れ, } a \text{ が現れないなら } b \text{ も現れない}\}$

(1.5) $L = \{\sigma \in \Sigma \mid \sigma \text{ に現れるアルファベットはどれも連なって現れる}\}$

例えば, 単語 $ccxxxxuuu$ に現れるアルファベットはどれも連なって現れている.

(2) 次の述語が原始帰納的であることを示せ. (各 10 点)

(2.1) $M(x, y) \equiv \text{"アルファベット } y \text{ は単語 } x \text{ に現れる"}$

(2.2) $M(x) \equiv \text{"単語 } x \text{ には, 同じアルファベットが二度以上現れることはない"}$

(2.3) $M(x, y) \equiv \text{"単語 } x \text{ と単語 } y \text{ に現れるアルファベットは一致する"}$

(2.4) $M(x, y) \equiv \text{"単語 } x \text{ に現れるアルファベットはどれも単語 } y \text{ に二度以上現れる"}$

(3) 次の述語 M が原始帰納的であることを示せ. (10 点)

$$M(x, y, z) \equiv \text{"単語 } x \text{ にアルファベット } y \text{ と } z \text{ は, 同じ回数に現れる"}$$

(4) 次の述語 M が原始帰納的であることを示せ. (10 点)

$$M(x, y) \equiv \text{"単語 } x \text{ に現れるアルファベットの個数は } y \text{ である"}$$