

Z_3 の乗法

$\times$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

Z_4 の加法

$+$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

Z_4 の乗法

$\times$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

問1. 16

$$a = a_0 + a_1 \times 10 + a_2 \times 10^2 + \cdots + a_s \times 10^s$$

と表され、 $10 \equiv 1 \pmod{3}$ より、 $10^m \equiv 1^m \equiv 1 \pmod{3}$ である。したがって、

$$a \equiv a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_s \pmod{3}$$

が成り立つ。 Q.E.D.

問1. 17

(1)

$$12345 \equiv 1+2+3+4+5 \equiv 6 \pmod{9},$$

$$6989 \equiv 6+7+8+9 \equiv 3 \pmod{9},$$

$$83710205 \equiv 8+3+7+1+0+2+0+5 \equiv 8 \pmod{9}$$

より、この式が正しいければ $6 \times 3 \equiv 8 \pmod{9}$ であるが、 $6 \times 3 = 18 \equiv 0 \pmod{9}$ より正しくない。

(2)

$$54321 \equiv 5+4+3+2+1 \equiv 6 \pmod{9},$$

$$98765 \equiv 9+8+7+6+5 \equiv 8 \pmod{9},$$

$$143086 \equiv 1+4+3+0+8+6 \equiv 4 \pmod{9}$$

より、この式が正しいければ $6+8 \equiv 4 \pmod{9}$ であるが、 $6+8 = 14 \equiv 5 \pmod{9}$ より正しくない。