

計算科学1 中間試験の標準解答

配点 問題1は各3点, 問題2は各2点 (満点 = $5 \times 3 + 6 \times 2 = 27$ 点)

問題1 (1) 2変数の関数 g_1, g_2, g_3, g_4 を,

$$g_1(x, y) = U_2^2(x, y) = y,$$

$$g_2(x, y) = g(U_2^2(x, y), U_1^2(x, y)) = g(y, x),$$

$$g_3(x, y) = U_1^2(x, y) = x,$$

$$g_4(x, y) = f(U_1^2(x, y), U_1^2(x, y), U_2^2(x, y)) = f(x, x, y)$$

で定める. f と g が原始帰納的だから, g_1, g_2, g_3, g_4 は原始帰納的である. 更に,

$$h_1(x, y) = f(g_1(x, y), g_2(x, y), g_3(x, y)),$$

$$h_2(x, y) = f(g_2(x, y), g_1(x, y), g_4(x, y))$$

となるから, h_1, h_2 は原始帰納的である.

(2) 1変数原始帰納的関数 $f^*, f^\#$ と3変数原始帰納的関数 $g^*, g^\#$ を,

$$f^*(x) = f(x, 0(x), x),$$

$$f^\#(x) = f(x, g(x, x), x),$$

$$g^*(x, y, w) = g(x, w),$$

$$g^\#(x, y, w) = g(f(x, y, x), w)$$

で定める. このとき,

$$\begin{cases} h_3(x, 0) &= f^*(x) \\ h_3(x, y+1) &= g^*(x, y, h_3(x, y)) \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_4(x, 0) &= f^\#(x) \\ h_4(x, y+1) &= g^\#(x, y, h_4(x, y)) \end{cases}$$

となるから, h_3, h_4 は原始帰納的である.

(3) 3変数原始帰納的関数 f^* を,

$$f^*(w, x, y) = f(g(y, w), w, x)$$

で定めれば,

$$h_5(x, y) \simeq \mu w (f^*(w, x, y) = 0)$$

となるから, h_5 は帰納的である.

問題2 関数 $h_1 \sim h_6$ はそれぞれ次のように表せるから, 原始帰納的である.

$$h_1(x) = \text{sg}(f(x)).$$

$$h_2(x) = f(x) \cdot \text{sg}(f(x)).$$

$$h_3(x) = g(x) \cdot \overline{\text{sg}}(f(x)).$$

$$h_4(x) = g_1(x) \cdot \overline{\text{sg}}(f(x)) + g_2(x) \cdot \text{sg}(f(x)).$$

$$h_5(x) = g_1(x) \cdot \overline{\text{sg}}(|f_1(x) - f_2(x)|) + g_2(x) \cdot \text{sg}(|f_1(x) - f_2(x)|).$$

$$h_6(x) = g(x) \cdot \overline{\text{sg}}(|f_1(x) - f_2(x)|) + g_1(x) \cdot \text{sg}(f_2(x) - f_1(x)) + g_2(x) \cdot \text{sg}(f_1(x) - f_2(x)).$$