

演習 3.8 M : n 変関数 f : n 変関数

$$L(x_1, \dots, x_n) \equiv \forall x < f(x_1, \dots, x_n) M(x, x_1, \dots, x_n)$$

で定まる L は原帰結であることが示される。

($\exists x$. $f(x_1, \dots, x_n)$ を $|x| \leq x_1 - x_n$ に置きかえて述語 L であることが示される。
 x_1 から x_n まで L は原帰結であることを保つことが示される。)

演習 3.9

$$(1) M(x, y, z) \equiv "x + 3y = 2z + 2"$$

$$(2) " \equiv "x - 2z < 2z - 3y"$$

$$(3) M(x, y) \equiv "x \text{ は } y \text{ で割り切れる}"$$

$$(4) M(x, y, z) \equiv "x \text{ は } y \text{ と } z \text{ で割り切れる}"$$

$$(5) " \equiv "2 \text{ は } x \text{ と } y \text{ の最小公倍数}"$$

$$(6) " \equiv "2 \text{ は } x \text{ と } y \text{ の最大公約数}"$$

$$(7) M(x) \equiv "x \text{ は素数}"$$

$$(8) " \equiv "x \text{ は素数の平方}"$$

$$\exists x \neg x + 1 (x - x \cdot y)$$

$$\begin{array}{r} \text{87} \quad \text{86} \\ > \begin{array}{r} 56 \quad 48 \\ 2 \overline{) 28} \quad 24 \\ 2 \overline{) 14} \quad 12 \\ 2 \overline{) 7} \quad 6 \\ 7 \quad 3 \end{array} \end{array}$$

$$(1) f_1(x, y, z) = x + 3y, \quad f_2(x, y, z) = 2z + 2$$

$x + 3y$, f_1 は原始的帰結関数である。

$$M(x, y, z) \Leftrightarrow M_1(f_1(x, y, z), f_2(x, y, z))$$

M_1 は原帰結

$$\exists x \neg x \leq \text{min}(8x - 10y)$$

$$(2) f_1(x, y, z) = x - 2z, \quad f_2(x, y, z) = 2z - 3y$$

$x - 2z$

$$5z = x, \quad 5z = y$$

$$M(x, y, z) \Leftrightarrow M_1(f_1(x, y, z), f_2(x, y, z))$$

$$(3) f_1(x, y) = x + 1, \quad f_2(x, y, z) = "x = x \cdot y"$$

f_1 は原帰結, M_1 は原帰結。

$$x = y \cdot x$$

$$M(x, y) \Leftrightarrow \exists x < f_1(x, y) M_1(x, y, x) \text{ である。 } M_1 \dots$$

$$(4) M(x, y) \equiv "x \text{ は } y \text{ で割り切れる}"$$

$$x \text{ は } y \text{ で割り切れる}$$

$$0 < x < x + 1$$

$$\text{iff } M(x, y, z)$$

$$\text{iff } M_1(x, y) \text{ である } M_1(x, z)$$

$$\text{iff } x_{M_1}(x, y) = 1 \text{ である } x_{M_1}(x, z) = 1$$

$$\text{iff } x_{M_1}(x, y) + x_{M_1}(x, z) > 0$$

$$\text{iff } \text{SB}(x_{M_1}(x, y) + x_{M_1}(x, z)) = 1$$