

平成 年 月 日 実施

試験答案用紙

P.

大阪府立大学

担当者	科 目	年度入学 学籍番号		氏 名	採 点
		学部	学科 組		

1. (1) $a'_1 = r_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $a'_2 = r_2 - \frac{(r_2, a'_1)}{(a'_1, a'_1)} a'_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{2}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$a'_3 = r_3 - \frac{(r_3, a'_1)}{(a'_1, a'_1)} a'_1 - \frac{(r_3, a'_2)}{(a'_2, a'_2)} a'_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} - \frac{3}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$a'_4 = r_4 - \frac{(r_4, a'_1)}{(a'_1, a'_1)} a'_1 - \frac{(r_4, a'_2)}{(a'_2, a'_2)} a'_2 - \frac{(r_4, a'_3)}{(a'_3, a'_3)} a'_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{2}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{-1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} - \frac{1}{1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \\ 0 \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$a_1 = \frac{a'_1}{\|a'_1\|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $a_2 = \frac{a'_2}{\|a'_2\|} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $a_3 = \frac{a'_3}{\|a'_3\|} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $a_4 = \frac{a'_4}{\|a'_4\|} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

(2) $x \in \langle r_1, r_2 \rangle$ とする $x = x_1 r_1 + x_2 r_2 = x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ と表せる ($x_1, x_2 \in \mathbb{R}$)

$\therefore a_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $a_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ より $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ となるので $x \in \langle a_1, a_2 \rangle$ と表せる。

77

70

12

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0 \\ x_1 = 0 \end{cases}$$

より $x_1 = x_2 = 0$ となるので v_1 と v_2 は 1 次独立

よって $\langle v_1, v_2 \rangle$ の次元は 2

よって (1) とあわせて a_1, a_2 は $\langle v_1, v_2 \rangle$ の 正規直交基底 となる。

2. 7

$$(1) p(x) = \left(x, \frac{a}{\|a\|} \right) \frac{a}{\|a\|}$$

$$p(a) = \left(a, \frac{a}{\|a\|} \right) \frac{a}{\|a\|} = \frac{1}{\|a\|^2} (a, a) a = a$$

$$(2) p(x) = \left(\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \times \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

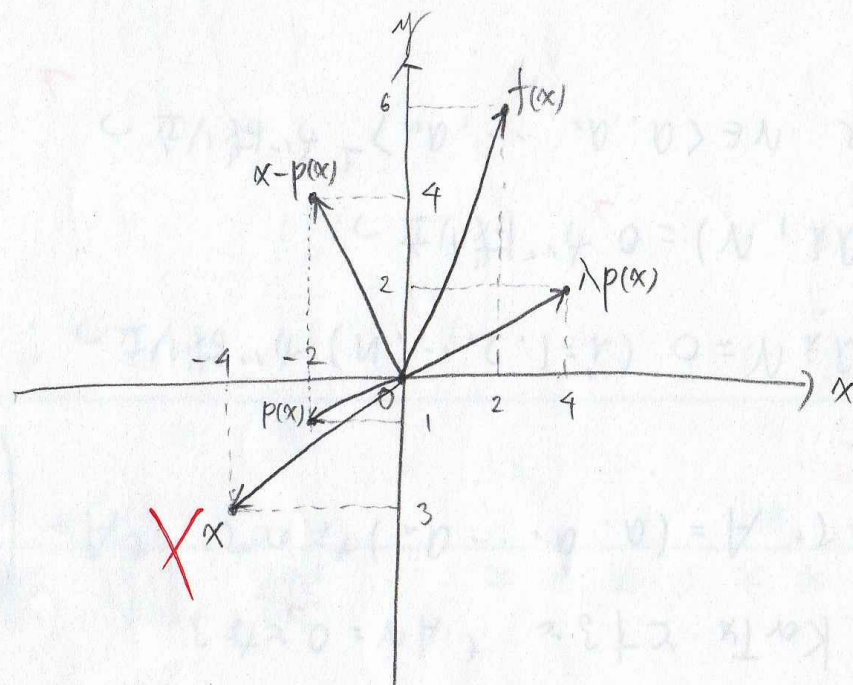
$$x - p(x) = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\lambda p(x) = -2 \times \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$f(x) = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

3

$$(3) \lambda = 1 \left((x - p(x)) + \lambda p(x), x \right) \text{ を計算して}$$



3. $\text{Ker } f = \{x \in V \mid f(x) = 0\}$, $\text{Im } f = \{f(x) \mid x \in V\}$

4. $v \in \text{Ker } T_A$ とする ${}^t A v = 0$ とする.

$\therefore {}^t A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ ので ${}^t A = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$, したがって ${}^t A v = 0$ とする.

${}^t a_i v = 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$) が成り立つ. 標準内積の定義により

$(a_i, v) = 0$ が成り立つ.

よって $v \in \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle^\perp$ が成り立つ.

5. (1)

0

(2) $x \in \text{Ker } T^* A$ とする ${}^t A x = 0$ とする.

${}^t A x = 0$ とするは $A x = 0$ とする.

$x \in \text{Ker } T_A$ とする.