

物理学基礎 a (初めての力学) 演習問題

ベクトル、速度、加速度、運動学

2007/04/23

01. ベクトル A と B の成分がそれぞれ $A = (1, -1, 1)$, $B = (2, 3, -1)$ として、 $C = A \times B$ と、 A と同じ方向で向きが逆の単位ベクトル D を求めよ。

02. 以下の行列式の値を求めよ。

$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \quad \text{b) } \begin{vmatrix} a & b & c \\ na & nb & nc \\ g & h & i \end{vmatrix} \quad \text{c) } \begin{vmatrix} a & b & a+b \\ d & e & d+e \\ g & h & g+h \end{vmatrix} \end{array}$$

03. 任意のベクトル r を、単位ベクトル e に平行な成分と垂直な成分とに分けよ。

ベクトル b に関して、ベクトル a に線対称なベクトルを求めよ。

ベクトル b と c で定められる平面に関して、ベクトル a に面对称なベクトルを求めよ。

04. ベクトル A はあるパラメータ s の関数で、単位ベクトルである。 A を s で微分したベクトルと、 A とは直交することを示せ。

05. $r \times d^2r/dt^2 = 0$ ならば、 $r \times dr/dt$ の大きさが一定であることを示せ。

06. $r = (\sin \cos, \sin \sin, \cos)$ というベクトルがある。、 は時間 t の関数である。

r は単位ベクトルであることを示せ。

dr/dt を求めよ。

r と dr/dt は直交することを示せ。

$= (-\sin \cdot d/dt, \cos \cdot d/dt, d/dt)$ として、 $dr/dt = \times r$ であることを示せ。

07. 位置ベクトル r の方向の単位ベクトルを、 に垂直で、 の増加する方向を向く単位ベクトルを、 $k = \times$ とする。座標系 (、) は、角速度 $= d/dt \cdot k$ で回転している座標系であるとして、極座標系での、速度、加速度の成分を求めよ。

08. 質点が等速度直線運動をするとき、直線外の定点のまわりの角速度は、質点とこの定点との距離の 2 乗に逆比例することを証明せよ。

09 . 半径 a の円周上を一定の速さ v で動いている点 P がある。円周上の定点 O に関する P の速度、加速度の動径成分と方位成分とを二通りの方法で求めよ。

a) O を原点とし、 O を通る直径と動径のなす角を θ とすれば、極座標で

$$r = 2a \cos \theta$$

と表される。極座標系での速度、加速度の成分の式を用いよ。

b) 等速円運動の速度、加速度を成分に分けよ。

10 . 平面運動をする動点の、その平面の中の定点に関する面積速度が一定であるときは、動点の加速度の方向は常にその定点を通ること、及び、逆に加速度が常に定点を通るときは、その定点に関する面積速度は一定になることを示せ。

$$\text{【面積速度 } dS/dt = |\mathbf{r} \times \mathbf{v}| / 2 \text{】}$$