【既約ピタゴラス数】すべての既約ピタゴラス数（a, b, c）は，式

$a = st \quad b = \dfrac{s^2 - t^2}{2} \quad c = \dfrac{s^2 + t^2}{2}$ （s > t ≥ 1 は共通因子を持たない全ての奇数を選択可）

により、奇数 a, 偶数 b で示される。

$a^2+b^2=c^2$ について、a, b のどちらかが奇数となるが、ここでは a を奇数とする

$a^2 = c^2 - b^2 = (c-b)(c+b)$ 　　別証明　　H27.12.13

d を $c-b$ と $c+b$ の共通因数とすると、

$(c+b)+(c-b)=2c$, $(c+b)-(c-b)=2b$ も d の共通因数

b, c は既約であることから、d は 1 or 2

$(c+b)(c-b)=a^2$ により d は奇数 a も割り切ることから

$d=1$.

つまり、$c-b$ と $c+b$ は共通因数を持たない．

一方で $(c-b)(c+b)=a^2$ から

$c-b$ と $c+b$ はそれぞれ平方数でなければならない，

$c+b=s^2$, $c-b=t^2$ とすると s と t は共通因数を持たない奇数になる．

c と b について解くと

$c=\dfrac{s^2+t^2}{2}$, $b=\dfrac{s^2-t^2}{2}$

b が正の場合， $s>t\geq 1$

$a=\sqrt{(c-b)(c+b)}=st$

Q.E.D.