６章　問題の解き方

アルゴリズム

モデル化（抽象化、単純化）された問題に対して、それを解く計算手順のこと。コンピューター以前の時代では、ユークリッドの互除法や選挙のドント式がアルゴリズムといえる。アルゴリズムはプログラム化され、コンピューターが実行する。

計算量

ひとつの問題に対して複数のアルゴリズムが存在する場合、それぞれ計算の回数が異なる。

計算量とは、（計算回数）×（一つあたりの計算時間）のようなもの（必ずしもこのような形ではない）で、アルゴリズムの実行時間を示す指標である。しかし、見積もりは、計算量のオーダーと呼ばれる大まかな尺度で考える。例えば、N個のデータを処理する問題のアルゴリズムが二つあり、一方は、一秒の処理をN回繰り返すので、N秒の時間を要し、もう一方は、十秒の処理をlogN回繰り返すので、10logN秒を要するとする。このとき、計算量のオーダーは、前者はNに比例、後者はlogNに比例することに着目する。また、仮に計算量が5N3＋logN＋7の時、計算量のオーダーは、N3である。Nが巨大であるから、このような近似が行われる。

コンピューターの性能などにより、一つあたりの計算時間は変わるが、たいした影響はない。一方、計算回数に関わるNが計算量に大きく影響するので、計算量のオーダーを知ることにより、アルゴリズムの良し悪しかわかる。

例

√2を誤差（精度）0.0001の範囲で求める。

δ＝0.0001、x＝2 を定数として、yを変数として扱う。

アルゴリズム1　（反復による平方根の計算）xの平方根を精度δで求める。

y←0 yに0を代入する。

while (y＋δ) 2＜x do　　　　　　　(y＋δ) 2がxよりも小さい限り、

y←y＋δ　　　　　　　　　　yにy＋δを代入する（δを元のyに足す）

done　　　　　　　　　　　　　　という作業を繰り返す。

return y　　　　　　　　　　　 （最終的に出来た）yを解として作業を終了する。

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 回数 | 0 | 1 |  | 14140 | 14141 | 14142 |
| y  (y＋δ) 2 | 0.0000  0.00000 | 0.0001  0.00000 |  | 1.410  1.99968 | 1.4141  1.99996 | 1.4142  2.00024 |

表のようになる。

計算回数は√x/δなので、計算量のオーダーは√x/δである。

アルゴリズム2 （二分法による平方根の計算）xの平方根を精度δで求める。ただしx＞1

a←0 aに0を代入する。

b←x 　 bにxを代入する。

While b－a＞δ do 　　　　　　b－aがδより大きい限り、

c←a/2＋b/2 　　　　　　　cにa/2＋b/2を代入し、

　　if c2＞x then b←c else a←c endif　　　　もしc2がxより大きいならcにbを代入、そうでないならaにcを代入する

done 　　　　　　　　　　　　　　　 という作業を繰り返す

return a　　　　　　　　　　　　　　　　　aを解として作業を終了する。

|  |  |
| --- | --- |
| 回数 | a b 区間の幅 c c2 |
| 0  1  2  14  15 | 0.000000 2.000000 2.000000 1.000000 1.000000  1.000000 2.000000 1.000000 1.500000 2.250000  1.000000 2.000000 0.500000 1.250000 1.562500  1.414185 1.414307 0.000122 1.414246 2.000091  1.414185 1.414246 0.000061 |

計算回数はx/2 n＜δを満たす最小のnなので、計算量のオーダーはlog2 (x/δ)

よって、計算量のオーダーからアルゴリズム2の方が良いということがわかる。