

平成 23 年度 量子力学演習 (後半) 試験問題

以下の問について問題 1, 2, 3 をそれぞれ解答用紙 A (青色), B (茶色), C (緑色) の各 1 部に解答すること。

【問題 1】 解答用紙 A (青色)

水素原子の $2s$ および $3s$ 状態の波動関数は、陽子から電子までの距離を r 、ボーア半径を a 、規格化定数を A, B として、以下のように表すことができる。

$$\Psi_{2s}(r) = A \left(1 - \frac{r}{2a} \right) e^{-r/2a}, \quad \Psi_{3s}(r) = B \left\{ 1 - \frac{2}{3} \frac{r}{a} + \frac{2}{27} \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right\} e^{-r/3a}$$

以下の問題に答えよ。

- (1) 規格化定数 A, B を求めよ。必要ならば、ガンマ関数

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-x} x^{n-1} dx = (n-1)!$$

を用いよ。

- (2) Ψ_{2s} と Ψ_{3s} とは直交することを示せ。

- (3) 水素原子の主量子数 n の状態の縮退度を求めよ。

【問題 2】 解答用紙 B (茶色)

基底状態 ($1s$ 状態) にある水素原子に対して一様な電界 F を z 方向に印加した場合の基底状態のエネルギー固有値 E_{1s} を以下の手順で求める。各問に答えよ。(導出過程も解答に記述すること)

摂動がない場合の基底状態の水素原子の固有関数 $\varphi_{1s}^{(0)}(r)$ とエネルギー固有値 $E_{1s}^{(0)}$

$$\varphi_{1s}^{(0)}(r) = \sqrt{\frac{1}{\pi a^3}} \exp(-r/a)$$

$$E_{1s}^{(0)} = -\frac{e^2}{2(4\pi\epsilon_0)a}$$

(a :ボーア半径、 ϵ_0 : 真空の誘電率)

及び数学公式

$$\int_0^\infty x^n \exp(-\kappa x) dx = \frac{n!}{\kappa^{n+1}}$$

を用いてよい。

- (1) 電界によるポテンシャル $V(x, y, z) = eFz$ を摂動として、1 次摂動による基底状態のエネルギー変化 $E_{1s}^{(1)}$ を求めよ。

(裏面に続く)