平成 24 年 2 月 9 日

プラズマ基礎　試験問題

【I】以下の設問は、分かりやすく説明する立場に立ってあらゆる手段を使って丁寧に答えること。

1. 対流微分（以下の式）の意味を説明しなさい。

$$\frac{d\vec{G}}{dt} = \frac{\partial\vec{G}}{\partial t} + (\vec{u}\cdot\nabla)\vec{G}$$

2. プラズマ周波数（振動）を説明しなさい。

3. ロスコーンを説明しなさい。
4. Debye(デバイ)遮蔽を説明しなさい。

【II】電磁波（レーザー）の真空中での分散関係式を導いた後、プラズマ中での分散関係式を導出せよ。

Maxwell 方程式より

$$\nabla \mathrm{x} \vec{E_1} = -\dot{\vec{B}}_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$c^2 \nabla \mathrm{x} \vec{B}_1 = \dot{\vec{E}}_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

(2)式の回転をとり(1)式を時間微分したものに代入すると

$$-\ddot{\vec{B}}_1 = \boxed{} \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

波の形は、exp [i(kx − ωt)]を仮定すると(3)式は、さらに

$$\omega^2 \vec{B}_1 = \boxed{} \ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

となる。

Maxwell 方程式より$\vec{k}\cdot\vec{B}_1 = -i\nabla\cdot\vec{B}_1$なので、真空中での電磁波の分散関係式は、

$$\omega^2 = \boxed{} \ldots(5)$$

プラズマ中では、一次のオーダーの電子の運動による電流を考慮する必要がある。(2)式に電流項$4\pi\vec{j}_1$を足して

$$c^2\nabla x\vec{B}_1 = 4\pi\vec{j}_1 + \dot{\vec{E}}_1 \ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

此の式を時間微分し、$\nabla x\left(\nabla x\vec{E}_1\right) = \nabla x\left(\nabla\cdot\vec{E}_1\right) - \nabla^2\vec{E}_1$を使い、時間と空間それぞれにフーリエ変換を行う。(1)式と(6)式から分散関係式を導出する。

(注意1)　横波（電磁波）では、$\left(\vec{k}\cdot\vec{E}_1\right) = 0$を考慮すること。
(注意2)　電子電流は、$\vec{j}_1 = -n_0 e v_{e1}$で表され$n_0$は、プラズマ電子密度。$v_{e1}$は、電子のレーザー電界中での振動速度で、$m\frac{d\vec{v}_{e1}}{dt} = -e\vec{E}_1$の運動方程式に従う。

【III】 レーザー光強度が 10^{22}W/m²（もしくは、10^{18} W/cm²）以上になるとレーザーと電子の相互作用は、相対論的となることを数式、数字を使い示せ。但し、

$$光速\ c = 2.9979x10^8\ m/秒$$
$$電子電荷\ e = 1.6\ x\ 10^{-19}\ Coulomb,$$
$$電子質量\ m = 9.1094\ x\ 10^{-31}\ kg,$$

さらに、レーザー強度 P（W/m²）とレーザー電界強度 E（V/m）との関係は、

$$P = \varepsilon_0\frac{E^2}{2}x\,c$$

も考慮すること。