電磁理論IIB　問題用紙

＊裏面に問題が続いているので注意

2012年2月13日

問1 (配点40)

1. 系に含まれる媒質が線形、等方、非分散性であるとした場合、マックスウエル方程式
$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$
$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$
を用い、体積Vの空間におけるポインティングの定理を導け。ただし $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ とし、必要であれば $\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B})$ の関係式及びガウスの定理 $\int_V \nabla \cdot \mathbf{A}\, dV = \oint_S \mathbf{A} \cdot n\, dS$ を用いよ。

2. それぞれの項が物理的にどのような意味をもつのかを簡単に説明し、結果としてポインティングの定理が何を表しているのかを述べよ。

3. 半径 r で長さが l、抵抗 R の円柱状の導線に流れる電流を考える。電流の大きさが I のとき、導線にかかる電場 E と導線表面での磁場 H を計算し、そのポインティングベクトルの表面積分 $\oint_S \mathbf{S} \cdot \mathbf{n}\, dS$ がこの導線で発生するジュール熱 RI^2 と等しくなることを示せ。またポインティングベクトルの方向から、電磁界のエネルギーがどちらに向かうかを示せ。

4. 電磁波を完全に吸収する物体の表面に、垂直に平面波が入射したとき、表面上の単位面積が単位時間あたりに受ける放射圧 p をポインティングベクトルを用いて求めよ。必要であれば物質が受ける単位面積あたりの力は $F_i = -\nabla T_i$, $(i = x, y, z)$ で有ることを用いよ。ただし T は Maxwell の応力テンソルである。

問2 (配点30)

1. 誘電率 ϵ、透磁率 μ の一様で均一な物質中での正弦的な時間変化をする電磁波のマックスウェル方程式の複素表示を用い、電場と磁場に対するヘルムホルツ方程式を導け。

2. 上で求めた方程式に対し、電磁波は z 軸の正方向に進行し、電場の方向を x 軸とした場合の電場と磁場に対する平面波解を求めよ。但し波数 $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$ を用いよ。

3. 上のように進行方向が z 方向で電場と磁場がそれぞれ x 成分と y 成分しか持たない平面波の場合、上記 A_1 と B_1 及び A_2 と B_2 の関係を求め、それより真空の固有インピーダンス（電場と磁場の大きさの比）を求めよ。ここで $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m、$\mu_0 = 1.257 \times 10^{-6}$ H/m、かつ [H/F]=[Ω^2] である。必要であれば $\sqrt{10} = 3.16$ を用いよ。
ただし、A_1, A_2 および B_1, B_2 は、それぞれ 2 で求めた電界および磁界の係数に相当

問3 (配点30)

1. 誘電率 ε、透磁率 μ、導電率が σ である媒質中を、角周波数 ω の平面波が伝搬するとする。そのときのフェーザに対するマックスウェル方程式を求め、下式の四角に当てはまる数式を答えよ。

$$\nabla \times \dot{\mathbf{E}} = \boxed{\qquad\qquad\qquad}$$

$$\nabla \times \cancel{\dot{\mathbf{B}}}\ \dot{H} = \boxed{\qquad\qquad\qquad}$$

2. $\sigma \ll \omega\varepsilon$ 及び $\sigma \gg \omega\varepsilon$ の場合の伝搬定数をそれぞれ求めよ。
3. $\sigma \ll \omega\varepsilon$ の時の平面波の電界 $\mathbf{E}$ 及び磁界 $\cancel{\mathbf{B}}$ H を求めよ。