

平成 24 年度量子論基礎 A 試験問題 (担当: 片山教授、杉本准教授)

$$J = \text{kg m}^2/\text{s}^2$$

以下の問に答えよ。解答用紙に、氏名、学籍番号、所属する学科目名を必ず記すこと。

問 1

- (1) 波長 $\lambda = 600 \text{ nm}$ 、パワー 1 mW のレーザーを考える。光子 1 つが持つエネルギー $E [\text{J}]$ と運動量 $P [\text{kg m/s}]$ を求め、 1 s 間に放出される光子の数を求めよ。ただし、光速 $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ 、プランク定数 $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg/s}$ とする。
- (2) $5.5 \times 10^{-17} \text{ J}$ のエネルギーを持つ電子の運動量 $P [\text{kg m/s}]$ と波長 $\lambda [\text{m}]$ を求めよ。ただし、電子質量は $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

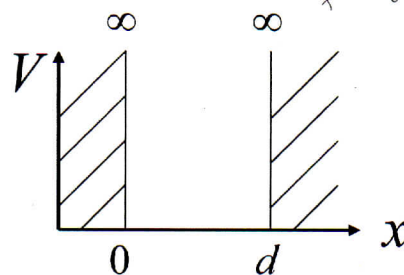
問 2

質量 m の粒子が、次のような 1 次元ポテンシャル中に閉じ込められている状況を考える。

$$x < 0 \text{ で } V(x) = \infty$$

$$0 \leq x \leq d \text{ で } V(x) = 0$$

$$x > d \text{ で } V(x) = \infty$$



- (1) 1 次元のシュレーディンガー方程式を $V(x)$ を含む形で書け。 $\hbar = h/2\pi$ 、粒子のエネルギーを E 、波動関数を $\varphi(x)$ とする。
- (2) $x < 0$, $x > d$ における波動関数を求めよ。
- (3) $0 \leq x \leq d$ における規格化された波動関数とエネルギー固有値を求めよ。ただし、自然数 n を用いること。
- (4) 基底状態、第一励起状態、第二励起状態の波動関数を図示せよ。
- (5) 基底状態について、位置演算子 x の期待値 $\langle x \rangle$ と運動量演算子 $p = \frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx}$ の期待値 $\langle p \rangle$ を求めよ。
- (6) (5) で求めた $\langle x \rangle$ はあくまで期待値であり、求めた値の位置以外でも粒子を見出すことがある。基底状態において、 $0 \leq x \leq d/4$ の範囲に粒子を見出す確率を求めよ。また、第一励起状態においても確率を同様に求めよ。

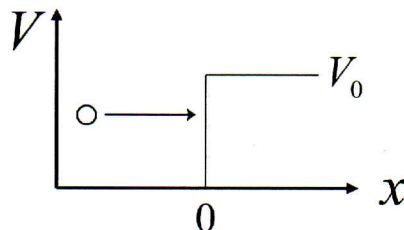
問 3

質量 m の粒子が、次のような 1 次元ポテンシャル中にある状況を考える。

$$x < 0 \text{ で } V(x) = 0$$

$$x \geq 0 \text{ で } V(x) = V_0 \quad (V_0 \text{ は正の定数})$$

粒子のエネルギー E が V_0 よりも小さい、つまり $E < V_0$ とする。



- (1) $x < 0$ と $x \geq 0$ のそれぞれの領域における波動関数を書け。ただし、 $x < 0$ の領域の入射と反射に対応する波動関数の係数をそれぞれ A, B とし、 $x \geq 0$ の領域の透過に対応する波動関数の係数を C とする。
- (2) 境界条件により B/A と C/A を求めよ。
- (3) 確率の流れの密度 $s = \frac{\hbar}{2mi} \left(\varphi^* \frac{d\varphi}{dx} - \varphi \frac{d\varphi^*}{dx} \right)$ を $x < 0$, $x \geq 0$ のそれぞれの領域について求めよ。
- (4) 反射率 R を求めよ。