

計測基礎 H24 年度試験問題 (担当：伊藤、林田、村上、藤田、毎田)

(注1) 問題【1】は、青色の解答用紙 [配点率: 約 36%] に、問題【2】は、茶色の解答用紙 [配点率: 約 29%] に、問題【3】及び【4】は、緑色の解答用紙 [配点率: 【3】約 21%、【4】約 14%] に、それぞれ解答を記入すること。

(注2) 問題文中で定義されていない記号や文字等を使用する場合は、必ず定義を記した後に解答すること。

(注3) 式の導出をする必要とする解答は、導出過程を明瞭に、かつ、要領よく記すこと。

【1】(問1-1) ～ (問1-3) に答えよ。[解答用紙: 青色、配点率: 約 36%]

(問1-1) 間接測定値 y が、互いに独立な n 個の計測変数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ の微分可能な関数 f を用いて、

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

と表せる場合を考える。各 x_i ($i=1, 2, \dots, n$) は、確率分布関数 $g_i(x_i)$ に従い、 x_i の最大誤差は小さいものとして、以下の問いに答えよ。

- ① y 及び 各 x_i の最大誤差を、それぞれ、 Δy 及び Δx_i ($i=1, 2, \dots, n$) とする場合について、 Δy と Δx_i との間に成立する関係式を、各 $g_i(x_i)$ を考慮して導出せよ。
- ② 各 $g_i(x_i)$ を考慮して、 y の分散 及び 各 x_i の分散の間に成立する関係式を導出せよ。
- ③ a, b, m (>0) を計測して、 $\rho = \frac{\alpha m}{a^2 b}$ なる関係式 (α は既知の定数) より ρ が求められる場合、各測定量の (最大誤差における) 相対誤差 (十分小さいものとする) を用いて、 ρ の (最大誤差における) 相対誤差を表せ。また、 a, b, m 及び ρ の分散の間に成立する関係式を求めよ。

(問1-2) 2つの物理量 x, y の間に、 a 及び b を定数として、 $y = a(1 + bx)$ なる関係式が成立し、それらの物理量を n 回測定し、 (x_i, y_i) ($i=1, 2, \dots, n$) が得られたものとする。

- ④ 各測定の組における誤差 (残差) $e_i = y_i - a(1 + bx_i)$ が同一のガウス分布に従うものとして、 n 組の測定値 (x_i, y_i) から推定される定数 a 及び b を求めよ。
- ⑤ 各測定の組の誤差 (残差) $e_i = y_i - a(1 + bx_i)$ はガウス分布に従うが、その標準偏差 σ_i ($i=1, 2, \dots, n$) は x_i の大きさに依存し、 $\sigma_i \propto |x_i|$ と近似できる場合 ($x_i \neq 0$ とする) について、 n 組の測定値 (x_i, y_i) から (この近似の範囲で) 推定される定数 a 及び b を求めるための連立方程式を行列で表せ。(定数 a 及び b を最終的に求める式が記載されていれば、定数 a 及び b を間接的に求める連立方程式でもよい。) なお、導出した連立方程式は解かなくてよい。

(問1-3) 次の設問⑥～⑧について答えよ。解答は、必要ならば適切な図を入れ、要領よく記入すること。

- ⑥ 電気計測における零位法、及び、偏位法について、それらの特徴 (利点及び欠点)* を述べよ。
- ⑦ 偏位法による抵抗測定法である 2 端子法、及び、4 端子法について、それらの測定回路を図示し、4 端子法が低抵抗測定に用いられる理由を述べよ。
- ⑧ 増幅器や変換器等を多段に接続した場合の絶対温度 T [K] における雑音指数 F について定量的に説明せよ。但し、雑音の周波数バンド幅 B は、全ての機器に共通であるものとする。