

A4 モーションコントロールの基礎実験

1 目的

圧延機、鉄道車両、エレベータ、電気自動車、工作機、ロボット、磁気ディスクなど、モータを使って機械を動かすシステムは多くの分野で使われている。これらの機械を如何にうまく動かすかがモーションコントロール技術である。本実験では、位置制御等に広く用いられている直流サーボモータを用いたサーボ機構の原理について学び、フィードバック制御系としての構成を理解することを目的とする。

2 原理

2.1 サーボモータの概要

電気式サーボ機構には、直流サーボモータを使用するものと、交流サーボモータを使用するものに大別される。交流式は、二相サーボモータを用いたものが多く、その電力は通常 100W 以下である。直流式のものには、数 W からワードレオナード方式等の数百 kW のものまで種類が多い。

図 1 に、小電力の速度サーボ機構の概略を示す。

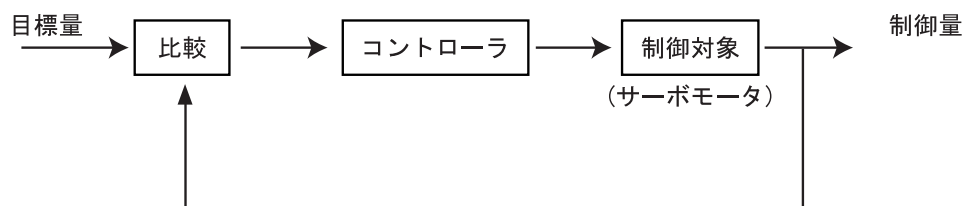


図 1: 小電力速度サーボ機構の概略

以下、図 1 中の主要な要素について説明する。

直流サーボモータは、通常の直流機と同じ構造を持つが、特に応答速度が速くなるように設計されている。直流サーボモータの回転速度制御法としては、電機子制御方式、界磁制御方式に大別されるが、本実験では前者を用いている。図 2 に他励形の直流サーボモータを示す。電機子回路において、

$$V_a = E + I_a R_a + L_a \frac{dI_a}{dt} \quad (1)$$

が成立する。ここに、 E は逆起電力を示す。磁束 ϕ は界磁電流に比例するが、界磁電流 I_f が一定のとき、

$$E = K_1 I_f \cdot n = k_g \cdot n \quad (2)$$

である。ただし、 n は回転速度、 k_g は逆起電力係数である。

トルク T は、電機子電流 I_a と磁束 ϕ の積に比例し、 I_f が一定のとき、

$$T = K_T I_a \quad (3)$$

となる。ここに、 K_T はトルク係数である。

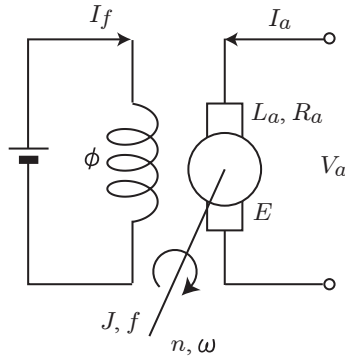


図 2: 他励式直流サーボモータ

他方、機械回路におけるトルク平衡式として次式が成立する。

$$T = J \frac{d\omega}{dt} + f\omega \quad (4)$$

ここに ω は回転角速度、 J は慣性モーメント、 f は粘性摩擦係数である。

以上の諸式より、 $\omega = 2\pi n$ 、 $k_g = 2\pi K_T$ を用いて $V_a(s)$ 、 $n(s)$ 間の伝達関数は次のように得られる。

$$\begin{aligned} G_M(s) &= \frac{n(s)}{V_a(s)} \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{K_T/R_a}{JL_a/R_a s^2 + (J + L_a f/R_a)s + f + K_T^2/R_a} \end{aligned} \quad (5)$$

通常、 L_a の値は小さく、式 (5) はさらに、

$$G_M(s) \sim \frac{1}{2\pi} \frac{K_T/R_a}{Js + f + K_T^2/R_a} = \frac{K_M}{T_M s + 1} \quad (6)$$

と近似される。ここに、 K_M, T_M はそれぞれサーボモータのゲイン、時定数である。ゆえに電機子電圧と回転速度間の応答は一次遅れとみることができる。

2.2 速度制御

速度制御に関するシステムのブロック線図を図 3 に示す。プロセスは入力としてモータ電圧 V_m とトルク T_d ならびに出力としてのモータの角速度 ω_m のブロックにより表現されている。トルク T_d は手動で慣性負荷に与える外乱トルクである。また、 V_{sd} はシミュレートによる外乱電圧である。

本実験では、速度制御として PI コントローラを用いる。PI コントローラは一般的によく使用されるコントロールアルゴリズムである。これは様々な目的で用いられ、多くの場合良好に機能する。特に単純なシステムにおいては、最適に近い性能を得ることができる。複雑な動特性を持つプロセスにおいても満たすべき仕様が過度の要求でない限り、よい性能を与えることも多い。

PI コントローラの線形挙動は以下のように表せる。

$$u(t) = k_p(b_{sp}r(t) - y(t)) + k_i \int_0^t r(\tau) - y(\tau) d\tau \quad (7)$$

ここで、 $u(t)$ は制御信号、 $r(t)$ は基準入力、 $y(t)$ は測定されるプロセスの出力である。基準入力 $r(t)$ はセットポイントと呼ばれる。コントローラの線形挙動は以下の 3 つのパラメータにより決定される。

- k_p : 比例ゲイン

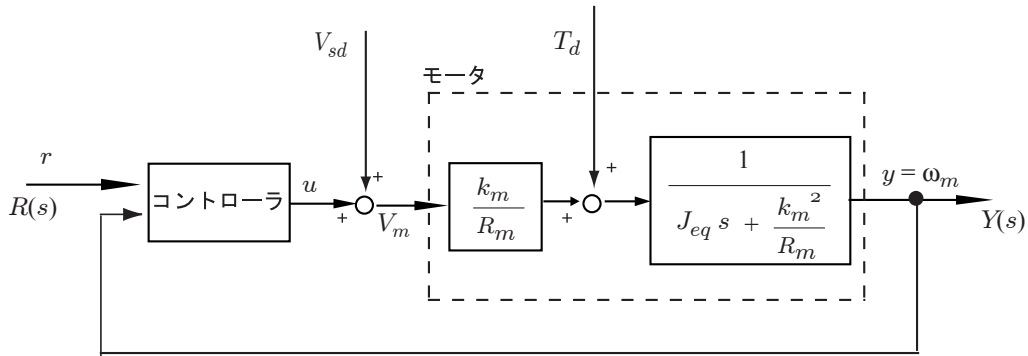


図 3: 速度制御のブロック線図

- k_i : 積分ゲイン
- b_{sp} : セットポイントウェイト (目標値に対する重み)

積分動作を持つコントローラの優れた特性として平衡があるならば、常に定常状態を正確に維持することができる点がある。これは単純に $u(t) = u_{ss}, r(t) = r_{ss}, y(t) = y_{ss}$ の定常値があると仮定することで見ることができる。その場合、式 (7) は以下のようにあらわせる。

$$u_{ss} = k_p(b_{sp}r_{ss} - y_{ss}) + k_i(r_{ss} - y_{ss})t \quad (8)$$

左辺は定数なので、右辺もまた定数でなければならない。したがって、 $y_{ss} = r_{ss}$ でなければならない。

2.3 位置制御

位置制御を目的としたシステムのブロック線図を図 4 に示す。

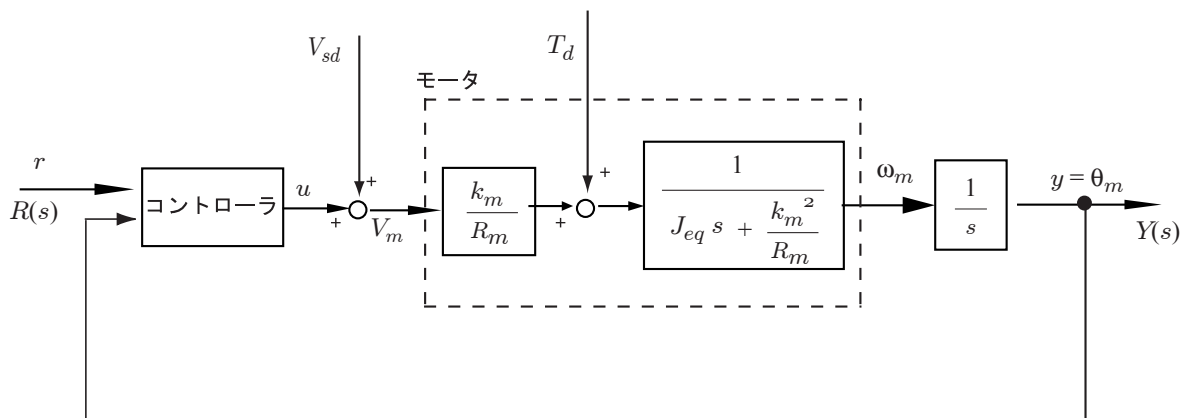


図 4: 位置制御のブロック線図

プロセスは入力としてモータ電圧 V_m とトルク T_d ならびに出力としてのモータ角度 θ_m のブロックにより表現されている。トルク T_d は手で慣性負荷に与える外乱トルクである。また、 V_{sd} はシミュレートによる外乱電圧である。

本実験の位置制御には PID コントローラを用いる。PID コントローラの線形挙動は以下のように表せる。

$$u(t) = k_p(b_{sp}r(t) - y(t)) + k_i \int_0^t r(\tau) - y(\tau) d\tau + k_d \left(b_{sd} \left(\frac{d}{dt} r(t) \right) - \left(\frac{d}{dt} y(t) \right) \right) \quad (9)$$

ここで、 $u(t)$ は制御信号、 $r(t)$ は基準入力、 $y(t)$ は測定されるプロセスの出力である。基準入力 $r(t)$ はセットポイントと呼ばれる。コントローラの線形挙動は以下の5つのパラメータにより決定される。

- k_p : 比例ゲイン
- k_i : 積分ゲイン
- k_d : 微分ゲイン
- b_{sp} : 比例セットポイントウェイト (目標値に対する重み)
- b_{sd} : 微分セットポイントウェイト (目標値に対する重み)

PID コントローラはPI コントローラと似ているが、微分成分の追加によりフレキシビリティを与えることが可能である。これは、先の状態の近似予測なので振動を速く減衰させるなどの効果が期待できる。

2.4 PI 速度制御と PD 位置制御の比較

モータ速度のPI 制御とモータ角度のPD 制御の間には類似点がある。外乱を無視した場合のそれぞれのブロック線図を図5、図6に示す。これらの伝達関数は非常に似ている。

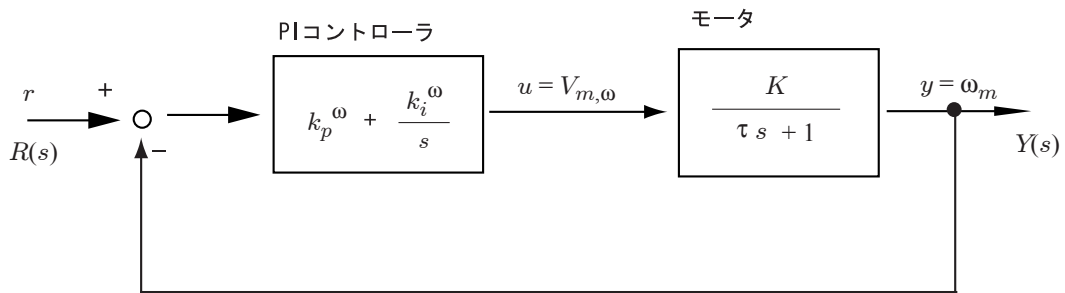


図 5: モータ速度のPI 制御のブロック線図

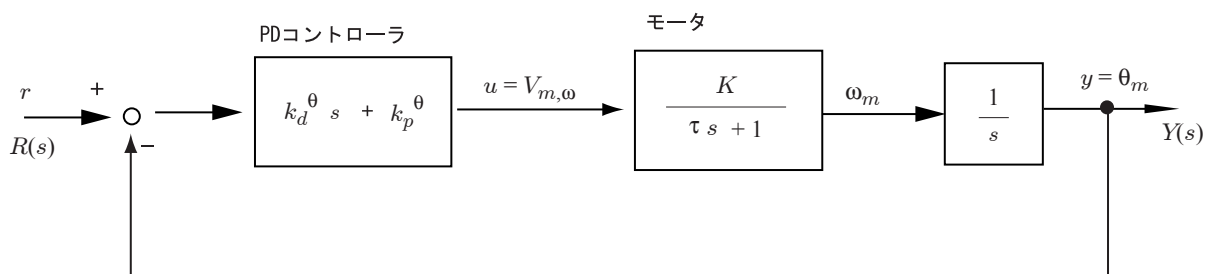


図 6: モータ位置のPD 制御のブロック線図

3 実験

実験装置やソフトの使い方の詳細は、備え付けの「実験の手引き」を参照のこと。なお、以下の実験手順説明文中、太字で示した指示は、4. 考察 での考察事項に対応している。

3.1 使用機器・ソフト

- 直流サーボ実験装置一式 DCMCT (*)
- 制御用パソコン
- MATLAB
- プリンタ

(*)【注意】 本実験装置は基盤が直接見える構造であるので、水分や静電気などに十分注意して実験を行うこと。

3.2 モデリング

1. DCMCT と PC とを接続し、PC 上の制御用ソフト QICii を立ち上げ、Modelling を選び DCMCT に制御モジュールをダウンロードする。
2. DCMCT のステップ応答(実測)波形を印刷する(実測波形は赤線で表示されることに注意)。Amplitude などの数値は波形がきれいに表示されていれば、どのような値でも構わない。レポートでは、この印刷したステップ応答波形から 1 次遅れ $G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$ のパラメータ K, τ を求めなさい。求め方は、この指導書末の付録 A を参照のこと。
3. 実測波形(赤線)と QICii のシミュレーション波形(青線)が一致するように、Model Parameters の欄の K, τ の値を設定する。

3.3 速度制御シミュレーション

1. デスクトップにあるアイコンをダブルクリックしてシミュレーションソフト Matlab を起動する。
2. 「ファイルを開く」(もしくは、メニュー「ファイル」の「開く」)から Speed.mdl をダブルクリックして、速度シミュレーションモデルを読み込む。
読み込まれると、モデルウィンドウと波形表示ウィンドウが表示される。
なお、モデルには速度検出の時間遅れ(0.015s)ならびにモータ入力電圧のリミッタ(±15V)があらかじめ考慮されている。
3. モデルウィンドウのモータのオブジェクトをダブルクリックして、係数設定ウィンドウを表示する。
4. 係数欄に [K] と [tau 1] があることを確認し、モデリング(3.2.3)で求めた K と τ を設定する。
鍵括弧 ”[”, ”]” は削除しないこと。
(例: $K = 10, \tau = 2$ の場合は、係数欄に [10], [2 1] と入れる。)
5. PID コントローラのオブジェクトをダブルクリックして、比例項(kp)に 0.02、積分項(ki)に 0、微分項(kd)に 0 をそれぞれ入力する。なお、Speed.mdl では、指導書の bsp は常に 1 となっている。
6. 比例項(kp)を 0.1 ずつ 0.52 まで増やし、それぞれのピーク値ならびに定常偏差の値を求める。
なお、シミュレーションは、モデルウィンドウの上部にある実行ボタン(再生ボタン)を押すことで実行できる。周期は結果が見やすいように適宜変更する。(矩形派入力の周期は矩形派発生オブジェクトをダブルクリックすると表示される設定ウィンドウで変更可能である。)

レポートでは、横軸を k_p 、縦軸をピーク値、定常偏差にとったグラフを作成し、 k_p に対する影響を考察せよ。

7. 前述の項 3.3.5 と同様にして、比例項 (k_p) を 0、積分項 (k_i) に 0.1 に設定する。
8. 積分項 (k_i) を 0.7 ずつ 3.6 まで増やし、それぞれのピーク値ならびに定常偏差の値を求める。
レポートでは、結果をグラフ化して、 k_i による影響を考察せよ。
9. 最も制御特性がよいと考えられる k_p , k_i の値を求め、そのときのステップ応答波形（入力周期 0.4 の矩形波でもよい）を印刷する。
10. MATLAB から `sp_bode.m` を読み込む。このとき、ボード線図、ステップ応答の表示されたウィンドウが表示される。
 $k_p = 0.02$, $k_i = 0.2$, $k_d = 0.0$ (k_d は、ほぼ 0 になるように十分小さく設定) の場合についてボード線図を描き印刷する。
なお、モデル `sp_bode_closed.m` は、速度フィードバックの時間遅れならびに入力電圧のリミッタは考慮されていない。また、`bsp` の値は 1 に固定されている。

3.4 速度制御実験

1. QICii の Speed Control を選びダウンロードする
2. Amplitude = 50.0, Frequency = 0.40 Hz, Offset = 100.00, $k_p = 0.02$, $k_i = 0$, $bsp = 1$ とする
3. k_p を 0.1 ずつ 0.52 まで増やし、それぞれのピーク値、定常偏差を求める。なお、周波数は結果が見やすいように適宜変更する。
レポートでは、結果をグラフ化し、シミュレーション (3.3.6) の結果と比較せよ。
4. $k_p = 0$, $k_i = 0.1$ に設定する
5. k_i を 0.7 ずつ 3.6 まで増やし、それぞれのピーク値ならびに定常偏差の値を求める。
レポートでは結果をグラフにまとめ、シミュレーション (3.3.8) の結果と比較し、要因の考察を行え。
6. 最も制御特性が良いと考えられる k_p , k_i の値を求め、その時のステップ応答波形（入力周期 0.4 の矩形波でもよい）を印刷する。
レポートでは、シミュレーション (3.3.9) の結果と比較し、相違について考察せよ。
7. $k_p = 0.02$, $k_i = 0.20$, $bsp = 1$ とし、周波数が 0.4, 1, 2 Hz のそれぞれについて、正弦波入力に対する応答波形を印刷し、位相差、ゲインを求める。
レポートでは、それぞれの周波数におけるゲインと入出力位相差を算出せよ。また、それらの結果とシミュレーション (3.3.10) で得られた周波数応答（ボード線図）と比較し、相違について定量的に評価せよ。（なお、シミュレーション (3.3.10) では、速度検出の時間遅れやモータ入力電圧の飽和などの非線形性が考慮されていないため、結果は一致しない。）
8. 定値入力 (Amplitude = 0) で安定した状態で、手でゆっくりと回転部を押さえ外乱トルクを与えた場合の出力波形を印刷する。なお、 $k_p = 0.3$, $k_i = 0$ の場合と、 $k_p = 0$, $k_i = 2$ の二つのパターンで行う。
レポートでは、二つのパターンの違いを示し、なぜそのようになったのかを考察せよ。

3.5 位置制御シミュレーション

1. MATLAB からファイル `Position.mdl` を読み込む。
2. モデルウィンドウでモータのオブジェクトを選択し、ダブルクリックして、パラメータ設定画面を表示する。速度制御シミュレーション (3.3.4) と同様にして、 K , τ に、モデリング (3.2.3) で取得した値を入力する。
3. モデルウィンドウの PID コントローラオブジェクトを選択し、ダブルクリックしてパラメータ設定画面を表示する。比例項 (k_p) を 0.4、積分項 (k_i) を 0、微分項 (k_d) を 0 に設定する。

4. 比例項 (k_p) を 0.6 ずつ 4.0 まで増やし、それぞれのピーク値を求める (定常偏差がある場合はそれも求める)。
レポートでは、結果をグラフ化し、 k_p による影響を考察せよ。
5. 比例項 (k_p) を 2、積分項 (k_i) を 0.0、微分項 (k_d) を 0 に設定する。
なお、モデル Position.mdl では、 $bsp = 1$, $bsd = 1$ で固定である。
6. 微分項 (k_d) を 0.02 ずつ 0.1 まで増やし、それぞれのピーク値を求める (定常偏差がある場合はそれも求める)。レポートでは、結果をグラフ化し、 k_d による影響を考察せよ。
7. $k_p = 2$ に固定した場合の、もっとも制御特性がよいと考えられる k_i , k_d の値を求める。また、その時のステップ応答波形 (入力は周期 0.4 の矩形波でもよい) を印刷する。

3.6 位置制御実験

1. QICii の Position Control を選びダウンロードする。
2. Amplitude = 3, Frequency = 0.4 Hz, Offset = 0, $k_p = 0.4$, $k_i = 0$, $k_d = 0$, $bsp = 1$, $bsd = 1$ とする。
3. k_p を 0.6 ずつ 4.0 まで増やし、それぞれのピーク値を求める (定常偏差がある場合はそれも求める)。
レポートでは、結果をグラフにまとめ、シミュレーション (3.5.4) の結果と比較せよ。
4. $k_p = 2$, $k_i = 0$, $k_d = 0$ に設定する。
5. k_d を 0.02 ずつ 0.1 まで増やし、それぞれのピーク値を求める (定常偏差がある場合はそれも求める)。
レポートでは、結果をグラフにまとめ、シミュレーション (3.5.6) の結果と比較せよ。
6. $k_p = 2$ で固定したとき、最もよいと考えられる k_i , k_d の値を求める。またそのときの波形を印刷する。
レポートでは、シミュレーション (3.5.7) の結果と比較し、相違について考察せよ。

4 考察

1. 速度の PI 制御と位置の PD 制御のそれぞれについて閉ループ伝達関数 $G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$ を求め、相違について考察せよ。
2. 前節の実験内容説明文中で指定されていた検討事項 (太字で表記) について考察せよ。
 - (a) モデリングでのステップ応答の結果 (3.2.2) からパラメータ K, τ を求め (付録 A 参照)、シミュレーションによる推定結果 (3.2.3) と比較せよ。
 - (b) 速度制御シミュレーション (3.3.6), (3.3.8)、実験 (3.4.3), (3.4.5)、および、位置制御シミュレーション (3.5.4), (3.5.6)、実験 (3.6.3), (3.6.5) のそれぞれの結果の表、グラフを作成しそれぞれの箇所指定した事項について考察せよ。
また、(3.4.6)、(3.6.6) において、速度制御、位置制御のそれぞれについて、ステップ入力 (方形波入力) に対するシミュレーションと実験の結果とを比較し、なぜそのようになったかを考察せよ。
 - (c) 実験によって得られた周波数応答とシミュレーションによって得られたボード線図を比較・考察せよ (3.4.7)。
 - (d) 外乱トルクがある場合の応答波形への影響について考察せよ (実験 3.4.8)。
3. 比例ゲイン、積分ゲイン、微分ゲインの各設定値が応答特性にどのような影響を与えているかを考察せよ。
4. ここで述べたサーボ系は、全ての要素が線形であると考えた。しかし、実際の系では、増幅器の飽和、モータのブラシ等によるクーロン摩擦、歯車列でのバックラッシュ等の非線形要素が存在し、理論値と実験値との照合はかなり難しい。これらの非線形要素の効果について、定性的に検討せよ。その際、速度の PI 制御で基準入力を大きくした場合の結果についてもあわせて考察せよ。

付録 A 一次遅れ要素のステップ応答について

次のような一次遅れ要素

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1}$$

のステップ応答を考える。入力は $1/s$ であるから、応答 $y(t)$ は、

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{K}{s(Ts + 1)} \right] \quad (10)$$

$$= \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{K}{s} - \frac{K}{s + (1/T)} \right] = K(1 - e^{-t/T}) \quad (11)$$

である。これを図示すると、図 7 のようになる。

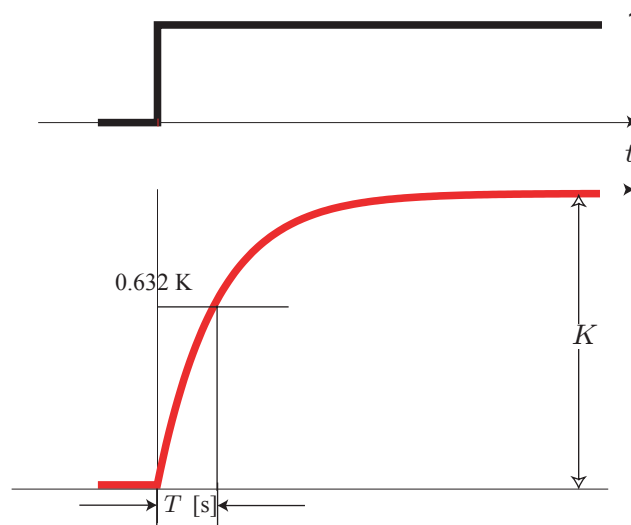


図 7: 一次遅れ要素のステップ応答

応答の最終値は、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} K(1 - e^{-t/T}) = K$$

であり、また、 $t = T$ のとき

$$y(T) = K(1 - e^{-1}) \approx 0.632K$$

となる。一次遅れ要素のステップ応答波形が得られているとき、この関係から K, T の値を求めることができる。