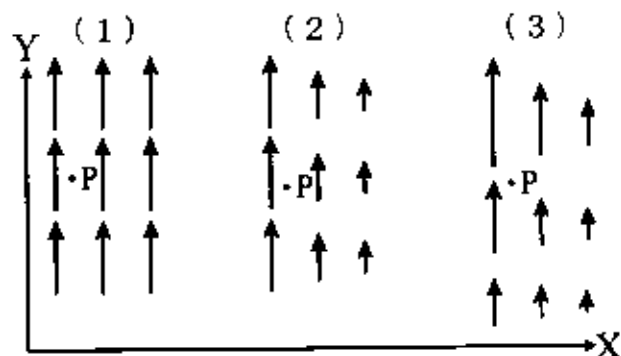


(ベクトル場の発散と回転)

右図の3つのベクトル場 (A) 中の点Pにおいて、
 $\nabla \times \mathbf{A}$ 、 $\nabla \cdot \mathbf{A}$ は、それぞれ値があるか (ゼロでないか) どうか答えよ。またその理由を以下の手順で具体例を示せ。



1) 図から明らかなように、それぞれのベクトル場は y 成分しか持たない。 $\mathbf{A} = \hat{e}_y(ax+by+c)$ とおき、それぞれの場の力線に合うように、定数 a, b, c を適当に定めよ。

(例えば (1) は $a=0, b=0, c=1$ が該当する。)

$$(1) \quad a=0, b=0, c \neq 0 \quad (c > 0)$$

$$\mathbf{A} = c \hat{e}_y$$

$$(2) \quad a \neq 0, b=0, c \text{ は } \square, \square \quad (a < 0)$$

$$\mathbf{A} = \hat{e}_y(ax+c)$$

$$(3) \quad a \neq 0, b \neq 0 \quad (a < 0, b > 0), c \text{ は } \square, \square \quad \mathbf{A} = \hat{e}_y(ax+by+c)$$

2) それぞれについて $\nabla \cdot \mathbf{A}$ を計算せよ。

$$(1) \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = \left(\hat{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{e}_y \frac{\partial}{\partial y} \right) \cdot c \hat{e}_y = 0$$

$$(2) \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = \left(\hat{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{e}_y \frac{\partial}{\partial y} \right) \cdot \hat{e}_y(ax+c) = 0$$

$$(3) \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = \left(\hat{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{e}_y \frac{\partial}{\partial y} \right) \cdot \hat{e}_y(ax+by+c) = b$$

3) それぞれについて $\nabla \times \mathbf{A}$ を計算せよ。

$$(1) \quad \nabla \times \mathbf{A} = \left(\hat{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{e}_y \frac{\partial}{\partial y} \right) \times c \hat{e}_y = 0$$

$$(2) \quad \nabla \times \mathbf{A} = \left(\hat{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{e}_y \frac{\partial}{\partial y} \right) \times \hat{e}_y(ax+c) = a \hat{e}_z$$

$$(3) \quad \nabla \times \mathbf{A} = \left(\hat{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{e}_y \frac{\partial}{\partial y} \right) \times \hat{e}_y(ax+by+c) = a \hat{e}_z$$

4) 以下を埋めよ。(ただし、○: 値あり($\neq 0$)、×: 値無し($=0$)

	(1)	(2)	(3)
$\nabla \cdot \mathbf{A}$	×	×	○
$\nabla \times \mathbf{A}$	×	○	○