

(極性ベクトルと軸性ベクトル)

空欄に極性か軸性かを入れよ。ただし、 $\times$ は外積を表す。

(極性ベクトル) $\times$ (極性ベクトル) = (軸性ベクトル)

(軸性ベクトル) $\times$ (軸性ベクトル) = (極性ベクトル)

(極性ベクトル) $\times$ (軸性ベクトル) = (極性ベクトル)

(球座標系 (r, θ, ϕ) における計量係数・微分線素・微分面素)(1) 球座標系 (r, θ, ϕ) における計量係数 h_r, h_θ, h_ϕ 及び微分線素 dl_r, dl_θ, dl_ϕ を記述せよ。

$h_r = 1$

$dl_r = dr$

$h_\theta = r$

$dl_\theta = r d\theta$

$h_\phi = r \sin \theta$

$dl_\phi = r \sin \theta d\phi$

(2) (1) を用いて dS_r を求めよ。

$dS_r = dl_\theta dl_\phi = r^2 \sin \theta d\theta d\phi$

(直交座標系における $\nabla \phi$ のベクトル公式)基本ベクトル $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$, 計量係数 h_1, h_2, h_3 である直交座標系 (u_1, u_2, u_3) における $\nabla \phi$ は,

$$\nabla \phi = \mathbf{i}_1 \frac{1}{h_1} \frac{\partial \phi}{\partial u_1} + \mathbf{i}_2 \frac{1}{h_2} \frac{\partial \phi}{\partial u_2} + \mathbf{i}_3 \frac{1}{h_3} \frac{\partial \phi}{\partial u_3}$$
 であらわされる。円柱座標系と球座標系ではどのような

にあらわせるか記述せよ。

(3) 円柱座標系: $\nabla \phi = \mathbf{i}_r \frac{\partial \phi}{\partial r} + \mathbf{i}_\phi \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \phi} + \mathbf{i}_z \frac{\partial \phi}{\partial z}$

(4) 球座標系: $\nabla \phi = \mathbf{i}_r \frac{\partial \phi}{\partial r} + \mathbf{i}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} + \mathbf{i}_\phi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \phi}$

(直交座標系における基本ベクトルの空間微分)

(5) 円柱座標系 (r, ϕ, z) における基本ベクトル $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\phi$ をそれぞれ直角座標系 (x, y, z) の基本ベクトル $\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y$ を用いて表せ。

$\mathbf{e}_r = \mathbf{i}_x \cos \phi + \mathbf{i}_y \sin \phi$

$\mathbf{e}_\phi = -\mathbf{i}_x \sin \phi + \mathbf{i}_y \cos \phi$

(6) $\frac{\partial \mathbf{e}_r}{\partial \phi}$ を求めよ。(計算過程を省略しないこと)

$$\frac{\partial \mathbf{e}_r}{\partial \phi} = -\mathbf{i}_x \sin \phi + \mathbf{i}_y \cos \phi = \mathbf{e}_\phi$$

(7) $\frac{\partial \mathbf{e}_\phi}{\partial \phi}$ を求めよ。(計算過程を省略しないこと)

$$\frac{\partial \mathbf{e}_\phi}{\partial \phi} = -\mathbf{i}_x \cos \phi - \mathbf{i}_y \sin \phi = -\mathbf{e}_r$$

