電磁理論 IA & IB　(Aクラス) ミニッツレポート⑦	2011年6月1日	学籍番号		氏名		評点	

（荷電粒子の運動）

z軸となす角θ ↓

均一な静電磁界の電界 $\boldsymbol{E}$ と磁束密度 $\boldsymbol{B}\,(=\boldsymbol{i}_z B)$ 中に質量 m の点電荷 $q(>0)$ が一定速度 $\boldsymbol{v}$ で入射するとき，以下の問いに答えよ．ただし，$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{i}_x v_x + \boldsymbol{i}_y v_y + \boldsymbol{i}_z v_z$ とする．

（1）点電荷に加わるローレンツ力 $\boldsymbol{F}$ を $\boldsymbol{E}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{v}, q$ で示せ．必ずベクトル表記とすること。

$$\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$$

5

（2）点電荷の運動方程式を記述せよ．必ずベクトル表記すること。

$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$$

10

（3）$\boldsymbol{E} = 0$ のとき，点電荷の運動を決定する微分方程式を x, y, z について求めよ．

$$\begin{cases} v_x' = \dfrac{q}{m} v_y B \\ v_y' = -\dfrac{q}{m} v_x B \\ v_z' = 0 \end{cases} \text{から} \quad \begin{cases} v_y'' + \left(\dfrac{qB}{m}\right)^2 v_y = 0 & \text{—①} \\ v_x'' + \left(\dfrac{qB}{m}\right)^2 v_x = 0 & \text{—②} \\ v_z' = 0 \end{cases}$$

15

（4）初期条件として $t=0$ で $v_x = v\cdot\sin\theta$,　$v_y = 0$,　$v_z = v\cdot\cos\theta$, を与えると、t=0 での v_x'及び v_y'はいくらになるか（これは、単なる初期条件である）。

$$\begin{cases} v_x' = 0 \\ v_y' = -\dfrac{qvB}{m}\sin\theta \end{cases}$$

10

（5）$\omega_c = \dfrac{qB}{m}$ とおく。この物理量を一般に何というか。

サイクロトロン角振動数　10

（6）（3）の微分方程式を解き v_x, v_y, v_z,と x, y, z を求めよ．ただし、（4）、（5）に加え t=0 で、$x = 0$,　$y = 0$,　$z = 0$ とする。

①,②から
$$\begin{cases} v_x = A\cos\omega_c t + B\sin\omega_c t \\ v_y = C\cos\omega_c t + D\sin\omega_c t \quad \text{⑤} \end{cases}$$

$t=0$ で $v_x = v\sin\theta$, $v_y = 0$ から

$A = v\sin\theta$, $C = 0$

20

よって
$$\begin{cases} v_x = v\sin\theta\cos\omega_c t + B\sin\omega_c t \\ v_y = D\sin\omega_c t \end{cases}$$

もう一度微分して.

$$\begin{cases} \dot{v}_x = -v\omega_c \sin\theta \sin\omega_c t + B\omega_c \cos\omega_c t \\ \dot{v}_y = D\omega_c \cos\omega_c t \end{cases}$$

$t=0$ で $\dot{v}_x = 0$, $\dot{v}_y = -\frac{qvB}{m}\sin\theta$ から

$B = 0$ $\quad D = -v\sin\theta \left(= -\frac{qvB}{m\omega_c}\sin\theta \right)$

よって

$$\begin{cases} v_x = v\sin\theta\cos\omega_c t \\ v_y = -v\sin\theta\sin\omega_c t \end{cases} \quad v_z = const = v\cos\theta$$

次に、積分して.

$$\begin{cases} x = \frac{v}{\omega_c}\sin\theta\sin\omega_c t + C_x \\ y = \frac{v}{\omega_c}\sin\theta\cos\omega_c t + C_y \end{cases}$$ 10 5

$t=0$ で $x=0$, $y=0$ から

$C_x = 0$. $\quad C_y = -\frac{v}{\omega_c}\sin\theta$

また、z については、$\dot{v}_z = 0$ から $v_z = const = v\cos\theta$.

よって $z = vt\cos\theta$.

以上から

$$\begin{cases} x = \frac{v}{\omega_c}\sin\theta\sin\omega_c t \\ y = \frac{v}{\omega_c}\sin\theta(\cos\omega_c t - 1) \\ z = vt\cos\theta \end{cases}$$ 10

（7）x,y の式から時間 t を消去せよ。また、この運動がどういう運動か簡単に説明せよ。

$$x^2 + \left(y + \frac{v\sin\theta}{\omega_c}\right)^2 = \left(\frac{v}{\omega_c}\sin\theta\right)^2$$ 10

つまり xy 平面上では円を描くように回転する（右回り）

$v_z = v\cos\theta$ なので z 方向へらせん運動する。

（8）B が大きくなった時，また、m が大きくなったとき、運動はどのように変わるか述べよ.

	半径	ピッチ
B→大	小	小,
m→大	大	大

10

（9）ラーマー半径とは何か。

xy 平面上の円運動の半径 $= \frac{v\sin\theta}{\omega_c}$ 10