| 電磁理論 IA & IB (A クラス) ミニッツレポート③ | 2012 年 4 月 25 日 | 学籍番号 | | 氏名 | | 評点 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

(極性ベクトルと軸性ベクトル)「今回の演習はノートと教科書を見ないでやること」

極性ベクトルと軸性ベクトルとは何か。簡単に説明せよ。 20

普通の実体のあるベクトル、力、速度、位置など、で、これを極性ベクトル。座標系を変えても、ベクトルは変わらない。なので成分が変わる。r×F = N(トルク)、r×p = L(角運動量)のように、極性ベクトルの外積を軸性ベクトルという。これは座標系が変わるとベクトルが変わる。しかし、その座標系における成分は変わらない。

(球座標系$(r,\theta,\varphi)$における計量係数・微分線素・微分面素)

(1)球座標系$(r,\theta,\varphi)$における計量係数 $h_r$, $h_\theta$, $h_\varphi$ 及び微分線素 $d\ell_r$, $d\ell_\theta$, $d\ell_\varphi$ を記述せよ. 15

$h_r = 1 \qquad d\ell_r = dr$

$h_\theta = r \qquad d\ell_\theta = r d\theta$

$h_\varphi = r\sin\theta \qquad d\ell_\varphi = r\sin\theta d\varphi$

(2)(1)を用いて $dS_r$ を求めよ. 5

$dS_r = d\ell_\theta d\ell_\varphi = r^2 \sin\theta d\theta d\varphi$

(直交座標系における∇φのベクトル公式)

基本ベクトル $\boldsymbol{i}_1, \boldsymbol{i}_2, \boldsymbol{i}_3$, 計量係数 $h_1, h_2, h_3$ である直交座標系($u_1, u_2, u_3$)における∇φは,

$\nabla\phi = \boldsymbol{i}_1 \frac{1}{h_1}\frac{\partial\phi}{\partial u_1} + \boldsymbol{i}_2 \frac{1}{h_2}\frac{\partial\phi}{\partial u_2} + \boldsymbol{i}_3 \frac{1}{h_3}\frac{\partial\phi}{\partial u_3}$ であらわされる. 円柱座標系と球座標系ではどのようにあらわせるか記述せよ.

(3)円柱座標系:$\nabla\phi = \boldsymbol{i}_r \frac{\partial\phi}{\partial r} + \boldsymbol{i}_\varphi \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\varphi} + \boldsymbol{i}_z \frac{\partial\phi}{\partial z}$ 10

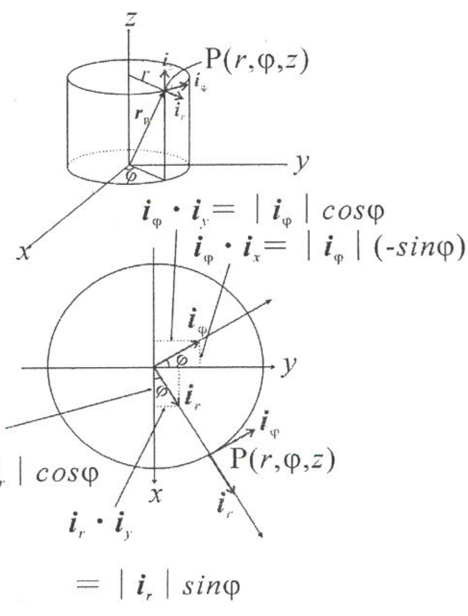
(4)球座標系 :$\nabla\phi = \boldsymbol{i}_r \frac{\partial\phi}{\partial r} + \boldsymbol{i}_\theta \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta} + \boldsymbol{i}_\varphi \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}$ 10

(直交座標系における基本ベクトルの空間微分)

(5)右図を参考にして円柱座標系($r, \varphi, z$)における基本ベクトル $\boldsymbol{i}_r$, $\boldsymbol{i}_\varphi$をそれぞれ直角座標系($x, y, z$)の基本ベクトル $\boldsymbol{i}_x$, $\boldsymbol{i}_y$ を用いて表せ. 20

$\boldsymbol{i}_r = \boldsymbol{i}_x \cos\varphi + \boldsymbol{i}_y \sin\varphi$

$\boldsymbol{i}_\varphi = -\boldsymbol{i}_x \sin\varphi + \boldsymbol{i}_y \cos\varphi$




(6)$\frac{\partial \boldsymbol{i}_r}{\partial\varphi}$ を求めよ. (計算過程を省略しないこと) 10

$\frac{\partial \boldsymbol{i}_r}{\partial\varphi} = -\boldsymbol{i}_x \sin\varphi + \boldsymbol{i}_y \cos\varphi = \boldsymbol{i}_\varphi$

(7)$\frac{\partial \boldsymbol{i}_\varphi}{\partial\varphi}$ を求めよ. (計算過程を省略しないこと) 10

$\frac{\partial \boldsymbol{i}_\varphi}{\partial\varphi} = -\boldsymbol{i}_x \cos\varphi - \boldsymbol{i}_y \sin\varphi = -\boldsymbol{i}_r$