電磁理論 IA & IB （Aクラス） ミニッツレポート②	2012 年 4 月 18 日	学籍番号		氏名		評点	/100

（1）直角座標系(x, y, z)の基本ベクトルを $\boldsymbol{i}_x, \boldsymbol{i}_y, \boldsymbol{i}_z$ とするとき以下を計算せよ． 20

$\boldsymbol{i}_y \cdot 2\boldsymbol{i}_x =$ 0　　　　$\boldsymbol{i}_z \times \boldsymbol{i}_z =$ 0

$\boldsymbol{i}_y \times \boldsymbol{i}_x =$ $-\boldsymbol{i}_z$　　　　$\boldsymbol{i}_x \cdot \boldsymbol{i}_x =$ 1

（2）次のベクトル $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ のスカラー積（内積）$\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{B}$ 及びベクトル積（外積）$\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{A}$ を計算過程の省略なしに求めよ． 30

$\boldsymbol{A} = 2\boldsymbol{i}_x - \boldsymbol{i}_y - 3\boldsymbol{i}_z$,　$\boldsymbol{B} = 2\boldsymbol{i}_x + 2\boldsymbol{i}_y - 1\boldsymbol{i}_z$

$$\mathbb{B}\cdot\mathbb{A} = (2\boldsymbol{i}_x + 2\boldsymbol{i}_y - \boldsymbol{i}_z)(2\boldsymbol{i}_x - \boldsymbol{i}_y - 3\boldsymbol{i}_z) = 4-2+3 = 5$$

$$\mathbb{B}\cdot\mathbb{B} = (2\boldsymbol{i}_x + 2\boldsymbol{i}_y - \boldsymbol{i}_z)^2 = 4+4+1 = 9$$

$$\mathbb{B}\times\mathbb{A} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i}_x & \boldsymbol{i}_y & \boldsymbol{i}_z \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -3 \end{vmatrix} = \boldsymbol{i}_x \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} - \boldsymbol{i}_y \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + \boldsymbol{i}_z \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = (-6-1)\boldsymbol{i}_x - (-6+2)\boldsymbol{i}_y + (-2-4)\boldsymbol{i}_z$$
$$= -7\boldsymbol{i}_x + 4\boldsymbol{i}_y - 6\boldsymbol{i}_z$$

$$\mathbb{A}\times\mathbb{A} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i}_x & \boldsymbol{i}_y & \boldsymbol{i}_z \\ 2 & -1 & -3 \\ 2 & -1 & -3 \end{vmatrix} = \boldsymbol{i}_x \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} - \boldsymbol{i}_y \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + \boldsymbol{i}_z \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = \mathbb{O}$$

（3）$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{A} \times (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{C})$とする．$\boldsymbol{G}$ の y 成分 G_y を $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}$ の成分(A_x, A_y, A_z など)で書き表し，$G_y = [(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C})\boldsymbol{B} - (\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})\boldsymbol{C}]_y$ あることを示せ．但し計算過程を省略しないこと． 30

$$\mathbb{A}\times(\mathbb{B}\times\mathbb{C}) = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i}_x & \boldsymbol{i}_y & \boldsymbol{i}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ \begin{vmatrix} B_y & B_z \\ C_y & C_z \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} B_z & B_x \\ C_z & C_x \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} B_x & B_y \\ C_x & C_y \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

$$G_y = \begin{vmatrix} A_z & A_x \\ \begin{vmatrix} B_x & B_y \\ C_x & C_y \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} B_y & B_z \\ C_y & C_z \end{vmatrix} \end{vmatrix} = A_z(B_yC_z - B_zC_y) - A_x(B_xC_y - B_yC_x)$$
$$= B_y(A_xC_x + A_zC_z) - C_y(A_xB_x + A_zB_z)$$
$$= B_y(A_xC_x + A_yC_y + A_zC_z) - C_y(A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z)$$
$$= B_y(\mathbb{A}\cdot\mathbb{C}) - C_y(\mathbb{A}\cdot\mathbb{B})$$
$$= [(\mathbb{A}\cdot\mathbb{C})\mathbb{B} - (\mathbb{A}\cdot\mathbb{B})\mathbb{C}]_y$$

（4）上の結果を用い、ベクトル三重積では、結合の法則が成立しないことを示せ。 20

(3)から　$\mathbb{A}\times(\mathbb{B}\times\mathbb{C}) = (\mathbb{A}\cdot\mathbb{C})\mathbb{B} - (\mathbb{A}\cdot\mathbb{B})\mathbb{C}$

一方，$(\mathbb{A}\times\mathbb{B})\times\mathbb{C} = -\mathbb{C}\times(\mathbb{A}\times\mathbb{B})$
$$= -\{(\mathbb{C}\cdot\mathbb{B})\mathbb{A} - (\mathbb{C}\cdot\mathbb{A})\mathbb{B}\}$$
$$= -(\mathbb{C}\cdot\mathbb{B})\mathbb{A} + (\mathbb{C}\cdot\mathbb{A})\mathbb{B}$$

よって　$\mathbb{A}\times(\mathbb{B}\times\mathbb{C}) \neq (\mathbb{A}\times\mathbb{B})\times\mathbb{C}$ となり，結合の法則は成立たない