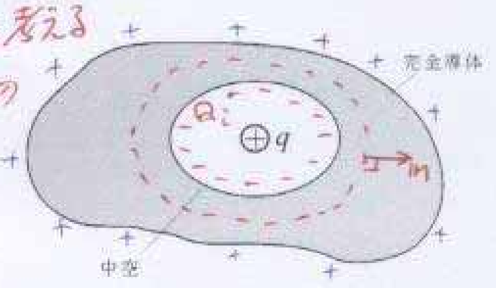
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 電磁理論 IA&IB<br>ミニッツレポート B⑧ | 2011年7月6日 | 学籍番号 | | 氏名 | | 評点 | |

（完全導体，マクスウェル方程式）

（1）図のように完全導体内部に中空の空洞があり，この空洞内に電荷量 $q$ の点電荷が存在する．この空洞を取り囲む完全導体の内側の表面に誘導される面電荷の総量 $Q_i$ をマクスウェル方程式から求めよ．




完全導体の内部に空洞を取り囲む任意の閉曲面 $S$ を考える

この $S$ によって囲まれた領域に対して電束に関するガウスの法則を適用すると完全導体の内部には電界および電荷が存在し得ないことから

$$\oint_S \varepsilon_0 \mathbb{E}\cdot \mathbb{n}\, dS = Q_i + q = 0$$

ただし，$\mathbb{n}$ は閉曲面 $S$ に垂直で外方を向く単位ベクトル。$Q_i$ は空洞を取り囲む完全導体の内側の壁面表面に現われる全電荷量を表わす

$$\therefore\ Q_i = -q$$

（c.f. 完全導体は全体として電気的中性かつ電荷はその表面上にしか存在しないことから完全導体の外側の表面に誘導される電荷の総量 $Q_0$ とすると $Q_0 + Q_i = 0$

$\therefore\ Q_0 = -Q_i = +q$）

（マクスウェル方程式の性質（境界条件と電磁波））

（2）電磁界基本法則の積分形(マクスウェル方程式に対する積分形)から導出される境界条件を記述して，その意味を述べよ．

$\mathbb{n}\times(\mathbb{E}_1 - \mathbb{E}_2) = 0$ ‥‥ 電界 $\mathbb{E}$ の接線成分は連続。

$\mathbb{n}\times(\mathbb{H}_1 - \mathbb{H}_2) = \mathbb{K}$ ‥‥ 磁界 $\mathbb{H}$ の接線成分は表面電流 $\mathbb{K}$ が存在すれば，その分不連続。

$\mathbb{n}\cdot(\mathbb{D}_1 - \mathbb{D}_2) = \xi$ ‥‥ 電束密度 $\mathbb{D}$ (or $\varepsilon\mathbb{E}$) の法線成分は表面電荷 $\xi$ が存在すれば，その分不連続。

$\mathbb{n}\cdot(\mathbb{B}_1 - \mathbb{B}_2) = 0$ ‥‥ 磁束密度 $\mathbb{B}$ の法線成分は連続。

（3）真空中の透磁率 $\mu_0$ と誘電率 $\varepsilon_0$ の次元解析を行え．
但し，力学量と電磁量と結びつける関係式は，真空中に平行に置かれた２本の真っ直ぐな線電流の長さ $\ell$ 当り働く力：$|F| = \mu_0 \dfrac{II'}{2\pi r}\ell$ である．Ampere の定義から，$r = 1\text{m}$, $\ell = 1\text{m}$, $|F| = 2\times10^{-7}\,\text{N}$ のときに $I = I' = 1\text{A}$ と定めた．このとき，$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\text{H/m}$, $\varepsilon_0 = 8.854\times10^{-12}\,\text{F/m}$ である．なお，真空中の光速 $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 2.998\times10^8\,m/s$ である．

$$[\mu_0] = \frac{[F][r]}{[I][I'][\ell]} = \frac{[MLT^{-2}][L]}{[I^2][L]} = [LMT^{-2}I^{-2}]$$

$$(\text{c.f.}) = [\underbrace{L^2MT^{-2}I^{-2}}_{\text{インダクタンスの次元}}L^{-1}] = [\overset{H}{\text{Henry}}/m]$$

$$[\varepsilon_0] = \frac{1}{[\mu_0][c^2]} = \frac{1}{[LMT^{-2}I^{-2}][L^2T^{-2}]} = [L^{-3}M^{-1}T^4I^2]$$

$$(\text{c.f.}) = [\underbrace{L^{-2}M^{-1}T^4I^2}_{\text{キャパシタンスの次元}}L^{-1}] = [\overset{F}{\text{Farad}}/m]$$