| 電磁理論 IA & IB (A クラス)<br>ミニッツレポート③ | 2011 年 4 月 27 日 | 学籍番号 | | 氏名 | | 評点 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

(球座標系$(r,\theta,\varphi)$における測度係数・微分線素・微分面素)

(1) 球座標系$(r,\theta,\varphi)$における測度係数 $h_r$, $h_\theta$, $h_\varphi$ 及び微分線素ベクトル $d\boldsymbol{\ell}_r$ , $d\boldsymbol{\ell}_\theta$ , $d\boldsymbol{\ell}_\varphi$ を記述せよ. $h_r = 1$, $h_\theta = r$, $h_\varphi = r\sin\theta$

$d\boldsymbol{\ell}_r = \boldsymbol{i}_r h_r dr = \boldsymbol{i}_r dr$

$d\boldsymbol{\ell}_\theta = \boldsymbol{i}_\theta h_\theta d\theta = \boldsymbol{i}_\theta r d\theta$

$d\boldsymbol{\ell}_\varphi = \boldsymbol{i}_\varphi h_\varphi d\varphi = \boldsymbol{i}_\varphi r\sin\theta d\varphi$

2 × 6

(2) (1) を用いて $d\mathbf{S}_r$ $(= \boldsymbol{i}_r dS_r)$を求めよ.

$d\mathbf{S}_r (= \boldsymbol{i}_r dS_r) = d\boldsymbol{\ell}_\theta \times d\boldsymbol{\ell}_\varphi = \boldsymbol{i}_\theta r d\theta \times \boldsymbol{i}_\varphi r\sin\theta d\varphi$

$= \boldsymbol{i}_\theta \times \boldsymbol{i}_\varphi r^2 \sin\theta d\theta d\varphi = \boldsymbol{i}_r r^2 \sin\theta d\theta d\varphi$

4 × 2

(20)

(直交座標系における$\nabla\phi$のベクトル公式)

基本ベクトル $\boldsymbol{i}_1, \boldsymbol{i}_2, \boldsymbol{i}_3$, 測度係数 $h_1, h_2, h_3$ である直交座標系 $(u_1, u_2, u_3)$ における $\nabla\phi$ は, $\nabla\phi = \boldsymbol{i}_1 \frac{1}{h_1}\frac{\partial\phi}{\partial u_1} + \boldsymbol{i}_2 \frac{1}{h_2}\frac{\partial\phi}{\partial u_2} + \boldsymbol{i}_3 \frac{1}{h_3}\frac{\partial\phi}{\partial u_3}$ であらわされる. 円柱座標系と球座標系ではどのようにあらわせるか記述せよ.

(3) 円柱座標系 : $\nabla\phi = \boldsymbol{i}_r \frac{\partial\phi}{\partial r} + \boldsymbol{i}_\varphi \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\varphi} + \boldsymbol{i}_z \frac{\partial\phi}{\partial z}$

(4) 球座標系 : $\nabla\phi = \boldsymbol{i}_r \frac{\partial\phi}{\partial r} + \boldsymbol{i}_\theta \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta} + \boldsymbol{i}_\varphi \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}$

10 × 2

(20)

(直交座標系における基本ベクトルの空間微分)

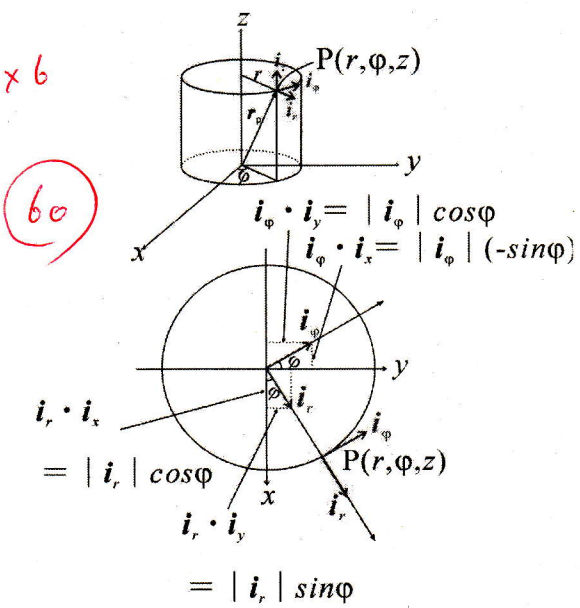
(5) 円柱座標系$(r, \varphi, z)$における基本ベクトル $\boldsymbol{i}_r$, $\boldsymbol{i}_\varphi$をそれぞれ直角座標系$(x, y, z)$の基本ベクトル $\boldsymbol{i}_x$, $\boldsymbol{i}_y$ を用いて表せ.

$\boldsymbol{i}_r = \boldsymbol{i}_x \cos\varphi + \boldsymbol{i}_y \sin\varphi$

$\boldsymbol{i}_\varphi = \boldsymbol{i}_x (-\sin\varphi) + \boldsymbol{i}_y \cos\varphi$

10 × 6

(60)




(6) $\frac{\partial \boldsymbol{i}_r}{\partial\varphi}$ を求めよ. (計算過程を省略しないこと)

$\frac{\partial \boldsymbol{i}_r}{\partial\varphi} = \boldsymbol{i}_x (-\sin\varphi) + \boldsymbol{i}_y \cos\varphi$

$= \boldsymbol{i}_\varphi$

(7) $\frac{\partial \boldsymbol{i}_\varphi}{\partial\varphi}$ を求めよ. (計算過程を省略しないこと)

$\frac{\partial \boldsymbol{i}_\varphi}{\partial\varphi} = \boldsymbol{i}_x (-\cos\varphi) + \boldsymbol{i}_y (-\sin\varphi)$

$= -\boldsymbol{i}_r$