

電磁理論 IA & IB (Aクラス)	2009 年 4 月 17 日	学籍番号		氏名		評点	
ミニッツレポート②							

(直角座標系の基本ベクトル演算)

(1) 直角座標系 (x, y, z) の基本ベクトルを $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ とするとき以下を計算せよ。5点×10=50

$$\begin{array}{ll}
 1-1 \quad \mathbf{e}_y \cdot \mathbf{e}_x = 0 & 1-6 \quad \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_z = -\mathbf{e}_y \\
 1-2 \quad \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_x = -\mathbf{e}_z & 1-7 \quad \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{e}_x = 1 \\
 1-3 \quad \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{e}_y = 0 & 1-8 \quad \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_y = 0 \\
 1-4 \quad \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_z = \mathbf{e}_x & 1-9 \quad \mathbf{e}_y \cdot (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) = 1 \\
 1-5 \quad \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{e}_z = 0 & 1-10 \quad \mathbf{e}_y \times (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) = -\mathbf{e}_z
 \end{array}$$

(一般のベクトル演算)

(2) 次のベクトル $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ のスカラー積 (内積) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}$ 及びベクトル積 (外積) $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$, $\mathbf{B} \times \mathbf{B}$ を計算過程の省略なしに求めよ。5点×4=20

$$\mathbf{A} = 5\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y - 3\mathbf{e}_z, \quad \mathbf{B} = 2\mathbf{e}_x - 4\mathbf{e}_y - 3\mathbf{e}_z$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 10 + 4 + 9 = 23$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} = 25 + 1 + 9 = 35$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} \times \mathbf{B} &= -20 \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_y - 15 \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_z - 2 \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_x + 3 \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_z - 6 \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_x \\
 &\quad + 12 \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_y = -20 \mathbf{e}_z + 15 \mathbf{e}_y + 2 \mathbf{e}_z + 3 \mathbf{e}_x - 6 \mathbf{e}_z - 12 \mathbf{e}_x \\
 &= -9 \mathbf{e}_x + 9 \mathbf{e}_y - 18 \mathbf{e}_z
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B} \times \mathbf{B} &= -8 \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_y - 6 \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_z - 8 \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_x + 12 \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_z - 6 \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_x \\
 &\quad + 12 \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_y = -8 \mathbf{e}_z + 6 \mathbf{e}_y + 8 \mathbf{e}_z + 12 \mathbf{e}_x - 6 \mathbf{e}_y - 12 \mathbf{e}_x = 0
 \end{aligned}$$

(ベクトル3重積の演算)

(3) $\mathbf{G} = \mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C})$ とする。 $\mathbf{G}$ の z 成分 G_z を $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ の成分 (A_x, A_y, A_z など) で書き表

し、 $G_z = [(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})\mathbf{B} - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})\mathbf{C}]_z$ であることを示せ。但し計算過程を省略しないこと。5点

$$\mathbf{B} \times \mathbf{C} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix} \quad \text{よって} \quad \mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ |B_y B_z| & |B_x B_z| & |B_x B_y| \\ |C_y C_z| & |C_x C_z| & |C_x C_y| \end{vmatrix}$$

$$G_z = \sum_i A_i \begin{vmatrix} B_j & B_k \\ C_j & C_k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ |B_y B_z| & |B_x B_z| \\ |C_y C_z| & |C_x C_z| \end{vmatrix}$$

$$= -A_x (B_x C_z - B_z C_x) - A_y (B_y C_z - B_z C_y)$$

$$= B_z (A_x C_x + A_y C_y) - C_z (A_x B_x + A_y B_y)$$

$$= B_z (A_x C_x + A_y C_y + A_z C_z) - C_z (A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z)$$

$$= B_z (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - C_z (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$$

$$\mathbf{G} = [(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})\mathbf{B} - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})\mathbf{C}]_z$$

証明終わり。