電磁理論 IA&IB ミニッツレポート B⑤	2009 年 6 月 26 日	学籍番号		氏名		評点	

（1）マクスウェル方程式の中で，アンペア・マクスウェルの法則について以下に答えよ．

（1－1）積分形から微分形を導け．

$$\oint_C \mathbb{H}\cdot d\boldsymbol{\ell} = \int_S \mathbb{J}\cdot \boldsymbol{n}\,dS + \frac{d}{dt}\int_S \mathbb{D}\cdot \boldsymbol{n}\,dS \quad 10 \qquad \left(\mathbb{H}=\frac{\mathbb{B}}{\mu_0},\ \mathbb{D}=\varepsilon_0\mathbb{E}\ \text{でも可}\right)$$

20

ストークスの定理より

$$\oint_C \mathbb{H}\cdot d\boldsymbol{\ell} = \int_S \nabla\times\mathbb{H}\cdot \boldsymbol{n}\,dS = \int_S \mathbb{J}\cdot \boldsymbol{n}\,dS + \frac{d}{dt}\int_S \mathbb{D}\cdot \boldsymbol{n}\,dS \quad 5$$

$$\therefore\ \nabla\times\mathbb{H} = \mathbb{J} + \frac{\partial\mathbb{D}}{\partial t} \quad 5$$

（1－2）上記の微分形を静磁界で，かつ直角座標(x, y, z)系に適用するとき，解くべき微分方程式を記述せよ．

$$\nabla\times\mathbb{H} = \mathbb{J} + \frac{\partial\mathbb{D}}{\partial t} = \mathbb{J} \quad 5 \qquad (\nabla\times\mathbb{B} = \mu_0\mathbb{J}\ \text{でも可})$$

$$\therefore\ \mathring{a}_x\left(\frac{\partial H_z}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial z}\right) + \mathring{a}_y\left(\frac{\partial H_x}{\partial z}-\frac{\partial H_z}{\partial x}\right) + \mathring{a}_z\left(\frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}\right) = \mathring{a}_x J_x + \mathring{a}_y J_y + \mathring{a}_z J_z \quad 10$$

15

$$\left(\mathring{a}_x\left(\frac{\partial B_z}{\partial y}-\frac{\partial B_y}{\partial z}\right) + \mathring{a}_y\left(\frac{\partial B_x}{\partial z}-\frac{\partial B_z}{\partial x}\right) + \mathring{a}_z\left(\frac{\partial B_y}{\partial x}-\frac{\partial B_x}{\partial y}\right) = \mathring{a}_x \mu_0 J_x + \mathring{a}_y \mu_0 J_y + \mathring{a}_z \mu_0 J_z\ \text{でも可}\right)$$

（1－3）同様に円柱座標(r, φ, z)系の場合に適用するとき，解くべき微分方程式を記述せよ．

$$\nabla\times\mathbb{H} = \mathbb{J} \qquad (\nabla\times\mathbb{B} = \mu_0\mathbb{J}\ \text{でも可})$$

15

$$\frac{1}{r}\begin{vmatrix} \mathring{a}_r & r\mathring{a}_\varphi & \mathring{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_r & rH_\varphi & H_z \end{vmatrix} = \frac{1}{r}\left[\mathring{a}_r\left\{\frac{\partial H_z}{\partial\varphi} - \frac{\partial}{\partial z}(rH_\varphi)\right\} + r\mathring{a}_\varphi\left\{\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r}\right\} + \mathring{a}_z\left\{\frac{\partial}{\partial r}(rH_\varphi) - \frac{\partial H_r}{\partial\varphi}\right\}\right]$$

$$= \mathring{a}_r J_r + \mathring{a}_\varphi J_\varphi + \mathring{a}_z J_z \quad 5$$

5

$$\therefore\ \mathring{a}_r\left\{\frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial\varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z}\right\} + \mathring{a}_\varphi\left\{\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r}\right\} + \mathring{a}_z\left\{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rH_\varphi) - \frac{1}{r}\frac{\partial H_r}{\partial\varphi}\right\} = \mathring{a}_r J_r + \mathring{a}_\varphi J_\varphi + \mathring{a}_z J_z \quad 5$$

$$\left(\mathring{a}_r\left\{\frac{1}{r}\frac{\partial B_z}{\partial\varphi} - \frac{\partial B_\varphi}{\partial z}\right\} + \mathring{a}_\varphi\left\{\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r}\right\} + \mathring{a}_z\left\{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\varphi) - \frac{1}{r}\frac{\partial B_r}{\partial\varphi}\right\} = \mathring{a}_r \mu_0 J_r + \mathring{a}_\varphi \mu_0 J_\varphi + \mathring{a}_z \mu_0 J_z\ \text{でも可}\right) \quad 5$$

（2）マクスウェル方程式の中で，電束に関するガウスの法則について以下に答えよ．

（2－1）積分形から微分形を導け．

$$\oint_S \mathbb{D}\cdot\boldsymbol{n}\,dS = \int_V \rho\, dV \quad 10 \qquad (\mathbb{D} = \varepsilon_0\mathbb{E}\ \text{でも可})$$

20

ガウスの定理より

$$\oint_S \mathbb{D}\cdot\boldsymbol{n}\,dS = \int_V \nabla\cdot\mathbb{D}\, dV = \int_V \rho\, dV \quad 5 \qquad \therefore\ \nabla\cdot\mathbb{D} = \rho \quad 5$$

（2－2）上記の微分形を直角座標(x, y, z)系の場合に適用するとき，解くべき微分方程式を記述せよ．

$$\nabla\cdot\mathbb{D} = \rho$$

$$\therefore\ \nabla\cdot\varepsilon_0\mathbb{E} = \rho \qquad \left(\text{or}\ \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\right)$$

$$\therefore\ \frac{\partial(\varepsilon_0 E_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\varepsilon_0 E_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\varepsilon_0 E_z)}{\partial z} = \rho \quad 15$$

15

（2－3）同様に円柱座標(r, φ, z)系の場合に適用するとき，解くべき微分方程式を記述せよ．

$$\nabla\cdot\mathbb{D} = \rho$$

$$\therefore\ \nabla\cdot\varepsilon_0\mathbb{E} = \rho$$

$$\therefore\ \frac{1}{r}\left[\frac{\partial(\varepsilon_0 E_r r)}{\partial r} + \frac{\partial(\varepsilon_0 E_\varphi)}{\partial\varphi} + \frac{\partial(\varepsilon_0 E_z r)}{\partial z}\right] = \rho \quad 10$$

15

$$\therefore\ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\varepsilon_0 E_r r) + \frac{1}{r}\frac{\partial(\varepsilon_0 E_\varphi)}{\partial\varphi} + \frac{\partial(\varepsilon_0 E_z)}{\partial z} = \rho \quad 5$$

$$\left(\text{or}\ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rE_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial E_\varphi}{\partial\varphi} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\right)$$