問1

（1）1人の出生男児を無作為にえらんだときの体重を X とおくと、

$X \sim N(3.2, 0.4^2)$ $\therefore \frac{X-3.2}{0.4} \sim N(0, 1)$

$P(2.7 \leqq X \leqq 3.7) = P\left(\frac{2.7-3.2}{0.4} \leqq \frac{X-3.2}{0.4} \leqq \frac{3.7-3.2}{0.4}\right)$

$= P\left(-1.25 \leqq \frac{X-3.2}{0.4} \leqq 1.25\right) = 2(0.5 - Q(1.25))$

$= \underline{0.7887}$

（2）$X = X_1 + X_2 + \cdots + X_{16}$ とおく。ただし、X_i は上の X と同様。

このとき $\frac{X}{16} \sim N(3.2, \frac{1}{16}(0.4^2)) = N(3.2, (0.1)^2)$

$P\left(\frac{X}{16} \leqq 3.35\right) = P\left(\frac{X-3.2}{0.1} \leqq 1.5\right) = 1 - Q(1.5) = \underline{0.3319}$

（3）i）ベイズの定理の解法　　T-ウイルス

ある人が実際にウイルスに感染している事象を A

検査が陽性である事象を B とし

$P(A) = p$, $P(B|A) = q$, $P(B|\bar{A}) = r$ とする。

すなわち $p = 5.0 \times 10^{-4}$, $q = 99.8 \times 10^{-2}$, $r = 3.0 \times 10^{-3}$

ベイズの定理より

$$P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)} P(B|A)$$

$$\begin{cases} P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = q & \therefore P(B \cap A) = pq \\ P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = r & \therefore P(B \cap \bar{A}) = (1-p)r \end{cases}$$

一方 $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A}) = pq + (1-p)r$ なので

$$P(A|B) = \frac{pq}{pq + (1-p)r} = 0.1427$$

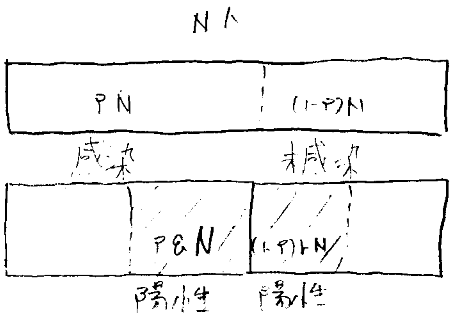
ii）感覚的解法

人口を N 人とし、右のような図を考える。

図より陽性がでた $pqN + (1-p)rN$ 人のうち、

本当に感染しているのは pqN 人

後は同様



（4）$P(A|B) = \frac{1}{1 + (\frac{1}{p} - 1)\frac{r}{q}}$ となる。検査の妥当性からいえば q ができるだけ大きく、r が小さい方が良いが、

今回の場合 $P(A|B)$ が小さすぎ、検査が妥当とは言えない。

問2 顧客の総数nが分からないで検定できないて思ったけど
とけたらだれか教えて

問3 ポアソン分布の確率密度関数 $f(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$

$\lambda = 3$として.

(1) $P(X \geqq 4) = 1 - P(X \leqq 3) = 1 - \sum_{k=0}^{3} P(X=k) = 1 - f(0) - f(1) - f(2) - f(3)$

$= \underline{0.34}$

(2) $\{P(X=0)\}^2 = f(0)^2 = \underline{2.6 \times 10^{-3}}$

(3) ある1mℓ溶液に少なくても1個のバクテリアが含まれる確率は

$P(X \geqq 1) = 1 - P(0) = 0.949$

i) 3回中2回に少なくても1個, 残りは0のとき

${}_3C_2 \cdot (0.949)^2 \cdot (0.05080) = 0.137$

ii) 3回中3回に少なくても1個のとき

$(0.949)^3 = 0.855$

よって求める確率は $\underline{0.99}$

問4 (1) $\bar{X} \sim N(\mu_1, \frac{\sigma_1^2}{14})$ なのでスチューデントのt統計量 $t = \frac{\bar{X} - \mu_1}{\sqrt{S_1^2/14}}$ は自由度13で $t(13)$分布にしたがう。

表より

$P(-2.160 \leqq t \leqq 2.160) = 0.95 \Leftrightarrow P(\bar{X} - 2.160 \times \frac{S_1}{\sqrt{14}} \leqq \mu_1 \leqq \bar{X} + 2.160 \times \frac{S_1}{\sqrt{14}}) = 0.95$

よって求める信頼区間は $\underline{[40.5, 47.9]}$

(2) $X_1 \cdots X_{14}$は正規分布なので $13S_1^2/\sigma_1^2$ は自由度13で $\chi^2(13)$分布にしたがう。

表より

$P(5.00875 \leqq 13S_1^2/\sigma_1^2 \leqq 24.7356) = 0.950$

よって求める信頼区間は $[2.20, 10.9]$

(3) 2つの標本をプールした標本分散をSとおくて $S = \frac{13S_1^2 + 9S_2^2}{14+10-2} = 5.1$

このとき 2標本t統計量 $t = \frac{(\bar{X}-\bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{S\sqrt{\frac{1}{14}+\frac{1}{10}}}$ は自由度22の $t(22)$分布にしたがう

表より

$P(-2.074 \leqq t \leqq 2.074) = 0.95 \Leftrightarrow P((\bar{X}-\bar{Y}) - 2.074\sqrt{\frac{1}{14}+\frac{1}{10}}S \leqq \mu_1 - \mu_2 \leqq (\bar{X}-\bar{Y}) + 2.074\sqrt{\frac{1}{14}+\frac{1}{10}}S) = 0.95$

よって求める信頼区間は $[-9.78, -1.02]$

問5 (1)

X	0	1	2
	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$

Y	1	2	3
	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$

(2) $\underline{E(X)=\frac{1}{5}+\frac{4}{5}=1}$. $E(X^2)=\frac{1}{5}+\frac{8}{5}=\frac{9}{5}$.

$\underline{V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{4}{5}}$

(3) $E(Y)=\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{6}{5}=2$

XY	0	1	2	3	4	5	6
	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{4}{25}$

$E(XY)=\frac{2}{25}+\frac{2}{5}+\frac{6}{25}+\frac{8}{25}+\frac{10}{25}+\frac{24}{25}=2$

$Cov(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)=2-2=0$

(4) (X,Y)の同時確率分布関数、X,Yの周辺分布関数をそれぞれ
$f(x,y)$、$g(x)$、$h(y)$とおくと、
$f(0,1)=\frac{2}{5}$, $g(0)=\frac{2}{5}$、$h(1)=\frac{2}{5}$より $f(x,y)\neq g(x)\cdot h(y)$
すなわち、X,Yは独立ではない。