

平成23年度大阪大学医学部医学科2年次9月学士編入学試験問題

物理学

答えは、すべて解答用紙に記入すること。

第1問

以下の 中に適当な語句または数式を入れよ。

なめらかな水平面に対して、鉛直上向きに大きさ B の一様な磁束密度が印加されている (図1(a))。この平面上を質量 m 、正電荷 q を持つ質点が運動している。平面上に xy 座標系をとり質点の位置を表すと、質点の速度 $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$ が満たす運動方程式は、

$$m \frac{dv_x}{dt} = \text{ (1) }$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = \text{ (2) }$$

である。この微分方程式を解くことにより、質点は角速度 $\omega_c = \text{ (3) }$ の等速円運動を行うことが分かる。質点の速さを v_0 とすると、この円運動の半径は $R = \text{ (4) }$ である。

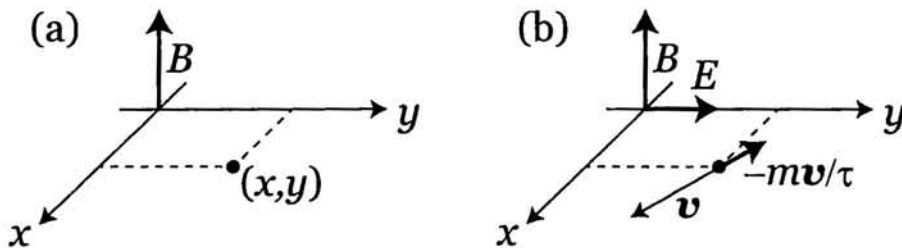


図 1:

今度は、上記の磁束密度に加え、 y 方向正の向きに大きさ E の一様電場が印加され、さらに質点に速度 \boldsymbol{v} に比例した粘性抵抗力 $\boldsymbol{f} = -m\boldsymbol{v}/\tau$ (τ は正の定数) がはたらく場合を考える (図 1(b)). 即ち、 \boldsymbol{v} が満足する運動方程式は

$$m \frac{dv_x}{dt} = \boxed{\text{(1)}} - \frac{mv_x}{\tau}$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = \boxed{\text{(2)}} + qE - \frac{mv_y}{\tau}$$

である. 質点を打ち出す速度をある特別な値に調整すると、質点は等速直線運動を行う. この速度は $\boldsymbol{u} = (u_x, u_y) = \boxed{\text{(5)}}$ と書ける. 質点を打ち出す速度が \boldsymbol{u} と異なる場合は、 $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}'$ と速度を分解し、 \boldsymbol{v}' が満たす運動方程式を考えるとよい. 特に、時刻 $t = 0$ に速度ゼロで打ち出した場合、時刻 $t = \pi/\omega_c$ における質点の速度は、 \boldsymbol{u} を用いて $\boxed{\text{(6)}}$ と書ける.

平成23年度大阪大学医学部医学科2年次9月学士編入学試験問題

物理学

答えは、すべて解答用紙に記入すること。

第2問

以下の 中に適当な語句または数式を入れよ。

真空中に置かれた無限に広がった平面導体があって一様な電流が流れている。電流の大きさは電流に垂直な方向の単位長さあたり j である。つまり、電流の流れる方向に沿った幅 w の帯状の領域を考えると、この領域に沿って流れる電流 I は $I = wj$ である。 j のことを電流面密度と呼ぶ。この電流によって平面の上下には磁束密度が生じるが、対称性から、磁束密度はいたるところ一様で、その方向は平面に平行で電流の流れる方向と垂直である。また、平面の上下で磁束密度の向きは反対になっている。以下では図2に示すように、平面導体中で、電流の流れる方向に沿った幅 w 、長さ l の帯状の部分を考える。真空の透磁率を μ_0 とする。

図2に示す閉曲線に沿った道筋を考え、そこにアンペールの法則を適用することによって、磁束密度の大きさ B は $B =$ (1) であることがわかる。

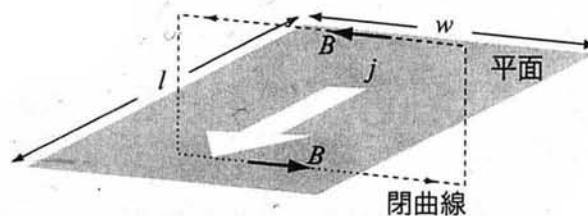


図2:

つぎに、図3に示すように、真空中にこのような平面が2枚平行に置かれている場合について考える。それぞれの平面には一様な電流が互いに逆向きの方向に流れている。電流面密度は j である、電流が互いに逆向きであるので、2枚の面の外側では磁束密度が消え、2枚の面の内側のみ磁束密度が残り、その大きさは $B =$ となる。

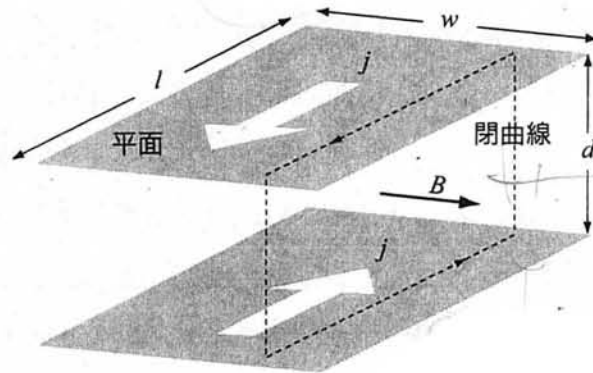


図 3:

ここで、電流面密度の大きさを 0 から j まで増やす間に外部の電源がしなければならない仕事を計算しよう。この仕事は磁束密度の変化とともに生じる電場に逆らって電流を流すときになされる。この電場を回路の一周にわたって加え合わせたものが逆起電力 V である。図3に示すような閉曲線を考える。磁束密度は空間的に常に一様でしたがって磁束密度が時間とともに変化する割合も空間的に一様であるとする、閉曲線の部分に沿って発生する逆起電力 V はファラデーの電磁誘導の法則にしたがって、 $V = -S |\partial B / \partial t|$ で与えられる。 t は時刻、 S は閉曲線で囲まれた部分の面積である。したがって、図3に示された2枚の長方形に囲まれた部分について、電源がなす仕事 $U_B = \int_0^T V I dt$ は、 w, l, d, μ_0, j を用いて、 $U_B =$ と表される。 T は電流面密度の大きさを 0 から j まで増やすのに要する時間であり、 I は幅 w の部分を流れる電流である。ただし、電流と垂直方向の幅 w 、電流方向の長さ l の長方形の部分を考え、2枚の平行平面の間隔を d とした。したがって、平面にはさまれたこの部分の体積は wld となる。この体積の部

分に磁場のエネルギーが蓄えられていると考え、磁場に蓄えられる単位体積あたりのエネルギーは磁束密度の大きさ B と μ_0 を用いて (4) と表すことが出来ることがわかる。

図3に示された状況を、電流 j を一定に保ったまま、2枚の平面の間隔を0から d まで増加させることによって実現することを考えよう。上側の面は下側の面のつくる磁場中に置かれているため、上側を流れる電流はローレンツ力を受ける。電流が j のとき、この電流によって上側の面が受けるローレンツ力は (5) 向きで (上または下で答えよ)、その大きさは平面の単位面積あたり (6) である。したがって、平面間の間隔を0から d まで増加させる間に磁場がなした仕事は平面の単位面積あたり (7) となる。

この間に電源がなした仕事を計算しよう。 Δt の間に平面の間隔を Δd だけ増加させたとしたら、平面導体中に存在する電荷を $\Delta d/\Delta t$ の速度で動かしたことによるローレンツ力のために、電源につながれた回路には起電力が発生する。この起電力は上側平面の電流方向に沿って単位長さ当たり (8) となる。この起電力に逆らって、電流 j を流し続けるためには電源が仕事をしなければならぬが、その仕事率は平面の単位面積あたり (9) となる。したがって、平面の間隔を0から d に広げる間に電源のなした仕事は (10) となる。電源がなした仕事と磁場が極板に対してなした仕事の差が磁場の中に蓄えられたエネルギーになっており、その単位体積あたりの大きさは前に求めた (4) の値と一致している。

平成23年度大阪大学医学部医学科2年次9月学士編入学試験問題

物理学

答えは、すべて解答用紙に記入すること。

第3問

以下の 中に適当な語句または数式を入れよ。

1 mol の単原子分子理想気体に図4のサイクルを行わせる。 $V_1 \sim V_4$ はそれぞれ状態1~4における気体の体積である。状態1から2への変化は温度 T_+ の高温熱源に接触しての準静的等温膨張 ($V_1 < V_2$)、2から3への変化は準静的断熱膨張、3から4への変化は温度 T_- の低温熱源 ($T_- < T_+$) に接触しての準静的等温圧縮、4から1への変化は準静的断熱圧縮である。以下では、理想気体の状態方程式が $pV = RT$ 、内部エネルギーの表式が $U = (3/2)RT$ であることを用いて良い。ただし、 p 、 V 、 T はそれぞれ気体の圧力、体積、温度であり、 R は気体定数である。

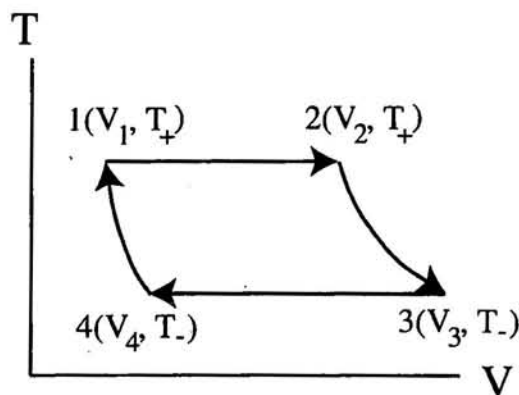


図4:

1 → 2 の過程で系が高温熱源から吸収する熱を Q_+ とする。 Q_+ を T_+ 、 V_1 、 V_2 を用いて書き表

すと $Q_+ = \boxed{\text{(1)}}$ となる. 同様に $3 \rightarrow 4$ の過程で系が低温熱源から吸収する熱 Q_- を T_- , V_3 , V_4 を用いて書き表すと $Q_- = \boxed{\text{(2)}}$ を得る. 一方, 断熱曲線上では $d'Q = dU + pdV = 0$ が成り立つので, (T, V) 平面上での断熱曲線の方程式は

$$\boxed{\text{(3)}} = \text{一定}$$

と表せる. 2 と 3, 1 と 4 はそれぞれ同一の断熱曲線上にあるため, V_1 , V_2 , V_3 , V_4 の間には $V_2/V_1 = \boxed{\text{(4)}}$ の関係が成り立つ. これを使うと, Q_+ , Q_- , T_+ , T_- の間に関係式 $\boxed{\text{(5)}}$ が成り立つことが分かる. これは Clausius の関係式と呼ばれる. この Clausius の関係式を用いると, このサイクルの熱効率 η を T_+ と T_- のみを用いて, $\eta = W_{\text{ex}}/Q_+ = \boxed{\text{(6)}}$ と書き表せる. ただし, W_{ex} は気体が外界にした仕事である.

平成23年度大阪大学医学部医学科2年次9月学士編入学試験問題正誤表
物理学

第2問3ページ上から3行目（下線部おきかえ）

(誤) 図3に示された状況を、電流 j を一定に保ったまま、2枚の平面の間隔を0から d まで増加させることによって実現することを考えよう。上側の面は下側の面のつくる磁場中に置かれているため、上側を流れる電流はローレンツ力を受ける。電流が j のとき、

(正) 図3に示された状況を、電流を一定に保ったまま、2枚の平面の間隔を0から d まで増加させることによって実現することを考えよう。上側の面は下側の面のつくる磁場中に置かれているため、上側を流れる電流はローレンツ力を受ける。電流面密度が j のとき、

第2問3ページ上から9行目（下線部削除）

(誤) この間に電源がなした仕事を計算しよう。 Δt の間に平面の間隔を Δd だけ増加させたとしたら、平面導体中に存在する電荷を $\Delta d/\Delta t$ の速度で動かしたことによるローレンツ力のために、電源につながれた回路には起電力が発生する。この起電力は上側平面の電流方向に沿って...

(正) この間に電源がなした仕事を計算しよう。 Δt の間に平面の間隔を Δd だけ増加させたとしたら、電源につながれた回路には起電力が発生する。この起電力は電流方向に沿って...

第2問3ページ上から12行目（下線部おきかえ）

(誤) ... この起電力に逆らって、電流 j を流し続けるためには

(正) ... この起電力に逆らって、電流面密度 j の電流を流し続けるためには