

平成18年度 後期 物理学基礎論B (植松) 火曜1時限 試験問題

[注意：解答用紙は2枚。1枚目に問題 [1] と [2] , 2枚目に [3] と [4] の解答を記入せよ (裏面も使用可)。]

[1] ガウスの法則を用いて、静電場に関する以下の問に答えよ。ただし、M.K.S.A. 有理単位系をとり、真空の誘電率を ε_0 とする。

- 1) 面密度 σ ($\sigma > 0$) で一様に帯電した無限に広い平板のつくる静電場の大きさ E と向きを求めよ。
- 2) 無限に長い直線上に線密度 (単位長さあたりの電荷量) λ で電荷が一様に分布している。このとき、直線からの垂直距離 r における静電場の大きさ $E(r)$ とその向きを求めよ。
- 3) 半径 R の球内に体積密度 ρ で電荷が一様に分布しているとき、球の中心からの距離を r (位置ベクトルを $\mathbf{r}$) として、電場ベクトル $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ を求めよ。またこのとき、 $\text{div} \mathbf{E} \equiv \nabla \cdot \mathbf{E}$ を計算せよ。
(ヒント：i) $0 < r < R$, ii) $R < r$ の場合に分け、ガウスの法則を用いよ。)

[2] 静電ポテンシャルに関する以下の問に答えよ。ただし、単位系および真空の誘電率は [1] に同じとする。

- 1) 位置ベクトル $\mathbf{r} = \mathbf{a}$ の点に点電荷 q , $\mathbf{r} = -\mathbf{a}$ の点に点電荷 $-q$ が置かれているとき、無限遠の電位をゼロとして、位置ベクトル $\mathbf{r}$ の点での静電ポテンシャル $\phi(\mathbf{r})$ を求め、さらに $\mathbf{E} = -\nabla \phi$ の関係から電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ を導け。またこのときの静電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ の回転 すなわち $\text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{r})$ を求めよ。
- 2) 前問 [1] の3) のように半径 R の球内に体積密度 ρ で電荷が一様に分布しているとき、球の中心からの距離を r として、i) $0 < r < R$, ii) $R < r$ での静電ポテンシャル $\phi(r)$ を求めよ。ただし、 $\phi(\infty) = 0$ とし、 $r = R$ で $\phi(r)$ が連続であることに注意せよ。さらに、これらの領域で $\nabla^2 \phi$ を求めよ。

[3] 静電場の境界値問題についての以下の問いに答えよ。単位系、真空の誘電率は [1] と同じとする。

- 1) 面積が S の2枚の平行平面極板が、間隔 d で真空中に置かれている。 x 軸を極板に垂直にとり、 $x = d$ の極板が一様な面密度 σ で帯電し電位が V , また $x = 0$ の極板の面密度が $-\sigma$ で電位が0とする。このとき、極板の間の空間で静電ポテンシャル $\phi(x)$ に対するラプラス方程式を解き、電位 $\phi(x)$ と静電場 $E(x)$ を求めよ。
- 2) このとき、導体に関するクーロンの定理から各極板の電荷の面密度 $\pm\sigma$ を求めよ。また、極板の端近くの電場の非一様性を無視したときの静電容量 C を求めよ。
- 3) 真空中で両極板にはさまれた空間に蓄えられる静電場の全エネルギーを求めよ。ここで静電場のエネルギー密度が $\varepsilon_0 \mathbf{E}^2 / 2$ で与えられることに注意せよ。

[4] 電流と磁場に対する以下の問に答えよ。ただし、M.K.S.A. 有理単位系をとり、真空の透磁率を μ_0 とする。

- 1) ビオ・サバール (Biot-Savart) の法則を用いて、定常円電流 (電流の強さ I) が円の中心軸上、中心からの距離が x の点に作る磁束密度の大きさ B を求めよ。また、巻き数が N の円形コイル (半径 a 、電流 I) の円の中心における磁束密度の大きさ B はいくらか。
- 2) 無限に長い直線状の導線を流れる強さ I の定常電流が、導線から垂直距離 R の点につくる磁束密度の大きさと向きを求めよ。この結果と、アンペールの力の法則を用いて、距離 R だけ離れた二つの平行電流 (強さが I_1 と I_2) の間に働く単位長さあたりの力を、二つの電流の向きが同じ方向の場合と反対方向の場合に分けて、その大きさと向きを求めよ。