

- I 座標空間内に, 3 点 $A(0, 2, 5)$, $B(0, 4, 7)$, $C(-2, 3, 5)$ を通る平面 α , および点 $D(-1, 3, 1)$ を中心とする半径 2 の球面 S があるとき, 次の問に答えよ。
- (1) D から α に下ろした垂線の足を H とするとき, H の座標を求めよ。
 - (2) 点 P が S 上を動くとき, 4 面体 $ABCP$ の体積の最大値, およびそのときの P の座標を求めよ。

- II 面積が 1 の $\triangle OAB$ がある。辺 OA を 1:2 に内分する点を C , 辺 OB の中点を D とし, AD と BC の交点を E とする。点 E を通る直線が辺 OA , OB とそれぞれ端点以外の点 P , Q で交わるとき, $\triangle OPQ$ の面積の最小値を求めよ。

- III 座標空間内において, 条件

- (i) $A(a, 2, b)$, $B(0, 3, 2)$
- (ii) C は xy 平面上にある

をみたす正方形 $ABCD$ を考える。

任意の実数 b に対して, このような正方形 $ABCD$ が存在するような実数 a の値の範囲を求めよ。ただし, 頂点は $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ の順に時計まわり, または反時計まわりにとるものとする。

- IV 平面上に正 3 角形 OAB と点 C があり, $\triangle ABC$ の内部の点 P は

$$\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB = 1 : 2 : 3$$

をみたす。このとき, 次の各問に答えよ。

- (1) $\vec{CP}$ を $\vec{CA}$, $\vec{CB}$ で表せ。
- (2) 点 C が $\triangle OAB$ の内部を動くとき, 点 P の存在する範囲を図示せよ。
- (3) 点 C が $\triangle OAB$ の内部で, $\angle ACB > 90^\circ$ をみたす部分を動くとき, 点 P の存在領域を図示せよ。