

物理化学演習 II-1 試験

2025年5月27日(火)

次の問いに答えよ。その際に以下を参考にしても良い。

$$\int_0^{+\infty} e^{-ax^2} dx = \left(\frac{\pi}{4a}\right)^{1/2} \cdot \int_0^{+\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

1. 波—粒子二重性とはどういうことか説明せよ。(10点)
2. 次の関数のうち、指定された領域で規格化できるものはどれか。また、できるものについては規格化定数を求めよ。
(a) $\sinh x$ ($0, \infty$), (b) $x \exp(-x)$ ($0, \infty$) (10点)
3. $\cos ax$ は、(a) d/dx , (b) d^2/dx^2 の固有関数かどうかを示せ。(10点)
4. 一次元の箱の中の質量 m の自由粒子で、その波動関数が $\psi_n(x) = \left(\frac{2}{L}\right)^{1/2} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$ ($0 \leq x \leq L$) の場合のエネルギー E の平均 $\langle E \rangle$ を求めよ。また E の分散 $\sigma^2 (= \langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2)$ についても求め、コメントせよ。尚、ここで扱うシュレディンガー方程式は $E\psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi$ であり、箱の範囲以外でのポテンシャルエネルギーは ∞ である。(20点)
5. 立方体の箱の中の質量 m の自由粒子について、最低エネルギー準位の3倍のエネルギーを持つ準位の縮退はいくらか。(15点)
6. 調和振動子とはどのようなもの(モデル)か、説明せよ。また、調和振動子のポテンシャルエネルギーとモースポテンシャルについてそれぞれ図示し、違いを説明せよ。(15点)
7. 水素分子 (H_2) の振動の振動数は 131.9 THz である。重水素分子 (D_2) の振動の振動数はいくらか。ここで、結合の力の定数は両者で変わらないとして良い。(10点)
8. 環を周回する粒子の波動関数は $\psi_n(\phi) = N e^{im\phi}$ で表される。規格化定数 N を求めよ。(10点)