期末試験 2025.01.23 （注）結果だけでなく，計算に利用した面や経路の設定も含めて途中の過程も説明すること．

問題 1 半径 a の球の内部に電荷 Q が一様に帯電している．対称性より，求める電場は動径方向のみ値を持つと考えてよい．以下の問いに答えよ．

1.1 ガウスの法則（積分形）を利用して，球内外での電場を求めよ．

1.2 球内外での電位を求めよ．

1.3 1.1 で求めた電場（$r > a$）が，ガウスの法則（微分形）を満たすことを確かめよ．

1.4 1.1 で求めた電場（$r < a$）が，渦なしの法則（微分形）を満たすことを確かめよ．

1.5 電子（質量 m，電荷 $-e$）を球内の正電荷の中にそっとおくと，どのような運動をするか説明せよ．

問題 2 面積 S，極板間の距離 x の平行板コンデンサーについて考える．それぞれの極板には一様な電荷密度 $\pm\sigma$ で帯電している．極板の間には一様な電場が生じており，その大きさは σ/ϵ_0 である．

2.1 電気容量 C を求めよ．

2.2 静電エネルギーを求めよ．

2.3 片方の極板がもう片方の極板から受ける引力の大きさを示せ．

問題 3 半径 a，長さ L，単位長さあたりの巻き数 n の十分に長いソレノイドに定常電流 I が流れている．無限に長いソレノイドと同様に振る舞うと考えて，以下の問いに答えよ．

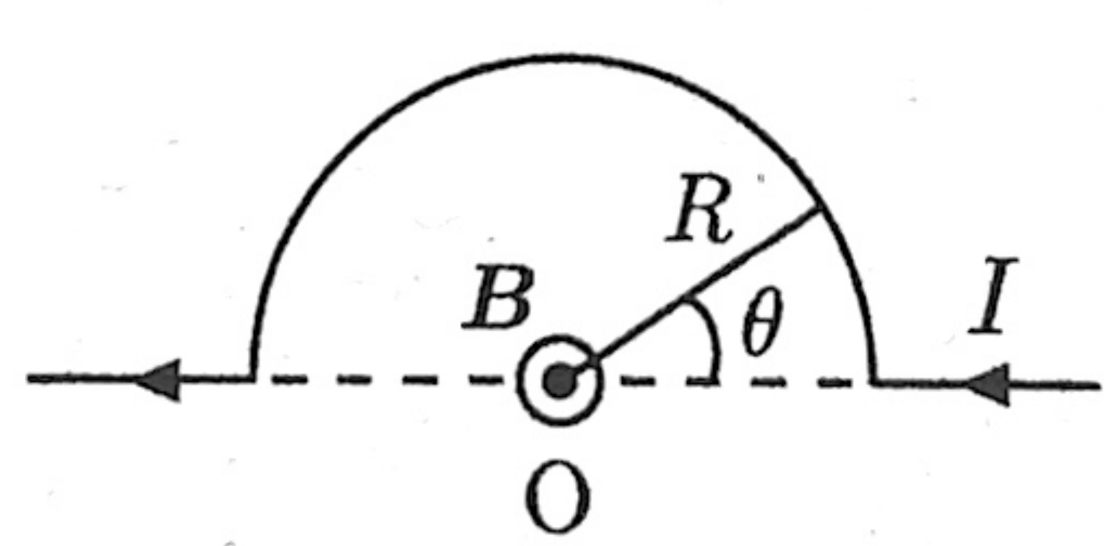
3.1 この場合，ソレノイド内部に生じる磁場は一様で，かつ軸方向を向いている．ソレノイド内部に生じる磁場が $B_{\text{軸}} = \mu_0 nI$ であることを示せ．なお，中心軸上の磁場が $B = \mu_0 nI$ であることを利用してもよい．

3.2 さて次に，この電流を大きくした瞬間を考えよう．このとき，磁場の時間変化によりソレノイドの内外に生じる電場を求めよ（大きさだけでなく向きも示すこと）．なお，電流を大きくした瞬間の磁場は $B_{\text{軸}} = \mu_0 nI(t)$ とする．

問題 4 以下の問いに答えよ．

4.1 $\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$ が物理的に意味することを言葉で説明せよ．

4.2 図のように，半径 R の半円と半無限の直線からなる導線に定常電流 I が流れているとき，半円の中心 O につくられる磁場 $\boldsymbol{B}$ を求めよ．



ノート

電場を $\boldsymbol{E}$，磁場（磁束密度）を $\boldsymbol{B}$ とする．さらに，ρ は電荷密度，$\boldsymbol{j}$ は電流密度，ϵ_0 と μ_0 はそれぞれ真空の誘電率と透磁率である．

マクスウェル方程式（微分形）

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0, \quad \nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}, \quad \nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}.$$

マクスウェル方程式（積分形）

$$\int_{\partial V} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dV, \qquad \int_{\partial V} \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S} = 0,$$

$$\oint_{\partial S} \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{r} = \mu_0 \int_S \boldsymbol{j} \cdot d\boldsymbol{S} + \epsilon_0 \mu_0 \int_S \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{S}, \qquad \oint_{\partial S} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{r} = -\int_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{S}.$$

ここで，V や S は扱う領域，∂V や ∂S は領域の境界を表すものとする．

荷電粒子に対するローレンツ力

$$\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$$

ここで，q は荷電粒子の電荷，$\boldsymbol{v}$ は速度である．

点電荷に対するクーロンの法則，線電流に対するビオ-サバールの法則

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\boldsymbol{r}}{r}, \quad \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\partial S} \frac{I d\boldsymbol{r}' \times \boldsymbol{r}}{r^3}$$

ここで，Q は電荷，$I d\boldsymbol{r}'$ は電流素片である．また $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ である．