期末試験 2024.01.25 （注）結果だけでなく，途中の過程も説明すること．

問題 1 空間に 1 つの領域を考え，この領域内部には電荷がないとする．このとき，境界を除く領域内の電位が極小値を持つかどうか答えよ．また，そのようになることを説明せよ．

問題 2 半径 a の球の内部に電荷 Q が一様に帯電している．対称性より，求める電場は動径方向のみ値を持つと考えてよい．以下の問いに答えよ．

2.1 球内外での電場を求めよ．

2.2 球内外での電位を求めよ．

2.3 2.1 で求めた電場（$r > a$）が，ガウスの法則を満たすことを確かめよ．

2.4 この系の静電エネルギーを求めよ．

2.5 電子（質量 m，電荷 $-e$）を球内の正電荷の中におくと，どのような運動をするか．また，そのような運動となることを説明せよ．

問題 3 長さ L，単位長さあたりの巻き数 n の十分に長いソレノイドに定常電流 I が流れている．計算では無限に長いソレノイドと同じように考えてよい．以下の問いに答えよ． 半径a

3.1 この場合，ソレノイド内部に生じる磁場は一様で，かつ軸方向を向いている．ソレノイド内部に生じる磁場が $B_{軸} = \mu_0 nI$ であることを示せ． アンペールでゴリ押し

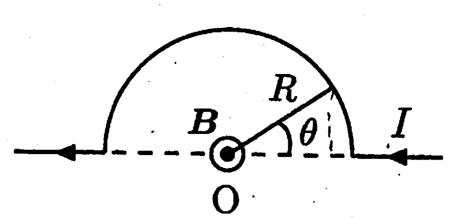
3.2 コイルに蓄えられているエネルギーを求めよ．

3.3 さて次に，この電流を大きくした瞬間を考えよう．このとき，磁場の時間変化によりソレノイドの内外に生じる電場を求めよ（大きさだけでなく向きも示すこと）．なお，電流を大きくした瞬間の磁場は $B_{軸} = \mu_0 nI(t)$ とする． Dをつかう

問題 4 以下の問いに答えよ．

4.1 $\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$ が物理的に意味することを言葉で説明せよ．また，ある時刻に $\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$ が満たされていたとするとその後も上記の式が満たされていること，つまり，$\dfrac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \boldsymbol{B}) = 0$ が満たされていることを示せ．

4.2 図のように，半径 R の半円と半無限の直線からなる導線に定常電流 I が流れているものとする．円の中心 O につくられる磁場 $\boldsymbol{B}$ を求めよ．



ノート

電場を $\boldsymbol{E}$，磁場（磁束密度）を $\boldsymbol{B}$ とする．さらに，ρ は電荷密度，$\boldsymbol{j}$ は電流密度，ϵ_0 と μ_0 はそれぞれ真空の誘電率と透磁率である．

マクスウェル方程式（微分形）

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0, \quad \nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}, \quad \nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}.$$

マクスウェル方程式（積分形）

$$\int_{\partial V} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dV, \qquad \int_{\partial V} \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S} = 0,$$

$$\oint_{\partial S} \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{r} = \mu_0 \int_S \boldsymbol{j} \cdot d\boldsymbol{S} + \epsilon_0 \mu_0 \int_S \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{S}, \qquad \oint_{\partial S} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{r} = -\int_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{S}.$$

ここで，V や S は扱う領域，∂V や ∂S は領域の境界を表すものとする．

荷電粒子に対するローレンツ力

$$\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$$

ここで，q は荷電粒子の電荷，$\boldsymbol{v}$ は速度である．

点電荷に対するクーロンの法則，線電流に対するビオ-サバールの法則

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\boldsymbol{r}}{r}, \quad \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\boldsymbol{r}' \times \boldsymbol{r}}{r^3}$$

ここで，Q は電荷，$Id\boldsymbol{r}'$ は電流素片である．また $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ である．