

統計学 B1 中間試験 2024 年 5 月 29 日

1. 度数分布表 $(y_i, f_i)_{i=1,2,\dots,k}$ が与えられたとする。ただし y_i は階級 i の階級値、 f_i は階級 i の度数を表す。また k は階級の数を表す。

- (1) 標本平均 $\bar{y}$ 、標本標準偏差 s_y をそれぞれ求めよ。
- (2) 上の度数分布表の階級値 $y_i, i = 1, 2, \dots, k$ を実数 a, b を用いて $ay_i + b$ と一次変換して得られる新たな度数分布表 $(ay_i + b, f_i)_{i=1,\dots,k}$ における標本平均と標本標準偏差を上の (1) で求めた $\bar{y}, s_y$ を用いて表せ。

2. さいころを 2 回振って出た目を調べるという試行について以下の問に答えよ。

- (1) 標本空間および各根元事象に対応する確率を求めよ。
- (2) さいころを 2 回投げた時、出た目の和が i になる事象を A_i とする。 $P(A_7), P(A_8), P(A_9)$ を求めよ。
- (3) 1 回目に 3 が出る事象を B とする。この時 (2) で定義された事象 $A_i, i = 2, 3, \dots, 12$ の中で B と排反の事象と独立な事象をそれぞれ答えよ。(複数ある場合は該当する事象をすべて答えよ。)

3. ベイズの定理について以下の問いに答よ。

- (1) 授業で学習したベイズの定理を正確に述べ、それを証明せよ。
- (2) ある集団において、病気の人が 1%、病気ではないが風邪の人が 4%、病気でも風邪でもない人が 95% いるとする。(各事象は排反とする。) また病気を判定する検査薬があり、病気の人には 90%、風邪の人には 15%、それ以外の人には 10% の確率で陽性と判定される。このとき陽性と判定された人が実際に病気である確率を求めよ。

4. さいころを N 回振って 3 以上の目がでた回数を表す確率変数を X 、その後さらにさいころを M 回振って、その M 回のうち 4 以上の目がでた回数を表す確率変数を Y とする。また $X_i, i = 1, \dots, N$ を i 回目に 3 以上の目が出たら 1, 2 以下の目が出たら 0 となる確率変数とする。

- (1) X を $X_i, i = 1, \dots, N$ を用いて表せ。
- (2) X の期待値 $E(X)$ を求めよ。
- (3) $Z = X + Y$ とする。 Z^2 の期待値 $E(Z^2)$ を求めよ。