2024年1月30日

微積分学B2期末試験

担当：広恵

1. 次の関数 $f(x,y)$ は全て極限 $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ を持たない．その理由を説明せよ．

(a) $f(x,y)=\dfrac{xy}{x^2+y^2}$

(b) $f(x,y)=x+y\sin\dfrac{1}{x}$

2. $z=f(r,\theta)$, $r=\sqrt{x^2+y^2}$, $\theta=\mathrm{Tan}^{-1}\frac{y}{x}$ とする．このとき z_x, z_y を f_r, f_θ を用いて表せ．

3. $f(x,y)=x^2-xy+3x^2y-y^3-y^2-3=0$ で与えられる曲線の点 $(1,-2)$ における接線の方程式を求めよ．

4. $f(x,y)=x^3+3xy+y^3=0$ について以下の問いに答えよ．

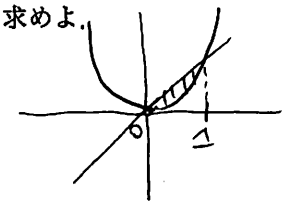
(a) $f(x,y)=0$ の陰関数 $y=\phi(x)$ の導関数 $y'=\phi'(x)$ と $y''=\phi''(x)$ を x と y を用いて表せ．

(b) (やや難)　$y=\phi(x)$ の極値を求めよ．

5. 条件 $g(x,y)=x^2+y^2-1=0$ のもとで関数 $f(x,y)=x+2y$ の極値を求めよ．

6. 次の重積分を計算せよ．

$$\iint_D (x+2xy)\,dx\,dy \quad D=\{(x,y)\,|\,x^2\le y\le x\}$$



7. 重積分 $\displaystyle\int_D (x+y)(2x-y)\,dxdy$, $D=\{(x,y)\,|\,|x+y|\le 1,\ |x-y|\le 1\}$ について以下の問いに答えよ．

(a) $u=x+y$, $v=x-y$ とおいたときのヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$ を求めよ．

(b) 領域 D を上の (u,v) 座標で図示せよ．

(c) 上の積分を (u,v) 座標で書き直してその積分値を求めよ．