

試験問題（線型代数 B1）

問 1. 次の行列の rank を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} a-5 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & a-1 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & a & 1 \\ -3 & 1 & 2 & a-1 \end{pmatrix}$$

問 2. 次の連立方程式を解け.

$$3x_1 + 6x_2 + 21x_3 + 9x_4 = 24$$

$$2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 13$$

$$7x_1 + 9x_2 + 4x_3 + x_4 = 41$$

問 3. $A \in M(3; \mathbb{R})$ を考える.

(1) $A^2 = E_3$ をみたす A の例をあげよ. (A は E_3 でないときに)

(2) ある B に対し $AB = O$ をみたす A を 3 つあげよ. (B は O でないとする.)

×(3) 任意の 3 次正則行列 P に対し $\text{rank} A = \text{rank}(PA)$ を示せ.

問 4. (1) 行列の rank について, その重要性や性質について学んだことを述べよ.

(2) 行列式について学んだことを述べよ.

問 5. 次の行列 A に対しその行列式を定義に従って求めたい.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

(1) S_3 の元を全て求めよ.

(2) (1) で求めた S_3 の元のうち符号が負になるものを全て答えよ.

(3) $*$ を埋めよ. $\det A = \sum_{\sigma \in S_3} (*)$.