



$$a_{11}a'_{11} + a_{12}a'_{21} + \dots$$

$$\downarrow$$

$$a_{11}a'_{12} + a_{11}a'_{22} + \dots$$

$$a'_{ij} = a_{jn}$$

テスト (線型代数 B1)

✓ 問 1. 次の用語の定義を述べよ.

(1) 正則行列 (2) 零因子

✓ 問 2. $n > m$ n は m より大きい自然数とする. 任意の $A \in M(m, n; \mathbb{R})$ に対し AA^t は正則とならないことを示せ.

✓ 問 3. (1) 次の行列 A の逆行列を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & c & 1 \\ 0 & b & 1 & 0 \\ a & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(2) 逆行列は存在すれば一意であることを示せ.

✗ 問 4. (1) 次の行列 A の逆行列を求めよ. 解答は! を用いて簡単な状態で書け
Vandermonde 行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1^2 & 2^2 & 3^2 & 4^2 & 5^2 \\ 1^3 & 2^3 & 3^3 & 4^3 & 5^3 \\ 1^4 & 2^4 & 3^4 & 4^4 & 5^4 \\ 1^5 & 2^5 & 3^5 & 4^5 & 5^5 \end{pmatrix}$$

(2) (1) の行列 A の逆行列の行列式を求めよ.

? 問 5. $A \in M_n(\mathbb{Z})$ がべき零行列で, $A^m = 0$ とする. このとき,

$$\det(I_n + A + A^2 + \dots + A^{m-1}) = \pm 1$$

を示せ.

$$A^m - I = (A - I)(I + A + A^2 + \dots + A^{m-1})$$

$$-1 = \det(A - I)$$

$$\det(I_n + \dots + A^{m-1}) = \det(I_n + \dots + A^{m-1}) = \pm 1$$

$$AA^T = I$$

$$A = \frac{I}{A^T} = \pm \det A$$

$$\det AB = \det A + \det B$$