

プラズマ物理学 試験問題  
(6問中4問選択)

1. 電子密度  $n_e$  のプラズマにおける電子プラズマ周波数が

$$\omega_{pe}^2 = \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}$$

と表されることを示せ。ただし、 $e$  は単位電荷、 $m_e$  は電子の質量、 $\epsilon_0$  は真空中の誘電率とする。

2. 直線電流  $I$  の作る静磁界と、その電流に平行な一様電界  $E$  が存在する場合の荷電粒子 (質量  $m$ , 電荷  $q$ ) の運動を考える。

- (a) 荷電粒子が正イオンの場合について、 $\nabla B$  ドリフト速度  $v_{\nabla B}$  の方向と  $E \times B$  ドリフト速度  $v_{E \times B}$  の方向を図示せよ。

$$v_{\nabla B} = \frac{m v_{\perp}^2}{q} \frac{\mathbf{B} \times \nabla B}{B^3}, \quad v_{E \times B} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}$$

- (b) 時間  $\Delta t$  の間に  $\nabla B$  ドリフトによって荷電粒子が得る静電ポテンシャルエネルギーの変化分  $\Delta W_p$  を求めよ。  
 (c) 同じく、 $E \times B$  ドリフトによって旋回中心における磁束密度が変化することにより、 $\Delta t$  の間に荷電粒子が得る運動エネルギーの変化分  $\Delta W_K$  を求めよ。ここで磁気モーメント  $\mu = mv_{\perp}^2/2B$  の断熱不変性を用いてよい。そして静電ポテンシャルエネルギーの変化分と比較し、全エネルギーが保存することを示せ。

3. 電子密度  $n_e$ , 電子温度  $T_e$  のプラズマ中を伝播する角周波数  $\omega$ , 波数  $k$  の小振幅波動電界  $E$  は、

$$\begin{pmatrix} k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - \frac{1}{1 - \gamma \frac{k_B T_e}{m_e \omega^2}}\right) \end{pmatrix} \cdot E = 0$$

を満たす。ここで  $c$  は光速、 $k_B$  はボルツマン定数、 $m_e$  は電子の質量、 $\omega_{pe}$  はプラズマ周波数  $\sqrt{n_e e^2 / m_e \epsilon_0}$ 、 $e$  は単位電荷、 $\epsilon_0$  は真空の誘電率である。

この関係を用いて、磁場のないプラズマ中を伝播する横波と縦波の分散関係とその性質を述べよ。

4. 円柱座標  $(r, \theta, z)$  を考える。  $z$  方向の一様な外部静磁界  $B_0$  の中に半径  $a$  の円柱プラズマがあり、プラズマの圧力  $p$  が半径  $r$  の関数として

$$p(r) = p_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^\alpha$$

で与えられるとする。ここで  $\alpha \geq 0$  とする。

- (a) 力学的平衡を保つためにプラズマ中を  $\theta$  方向に流れる電流の電流密度を半径  $r$  の関数として求めよ。ただし、プラズマの圧力は十分小さいものとする。  
 (b) プラズマ中を流れる電流は軸方向の磁界を変化させる。 $\alpha = 0$ , すなわち一様圧力の円柱プラズマの場合、プラズマ内部の磁界の大きさを求めよ。

5. 距離  $d$  離れた2つの電極をもつ放電管に気体をつめ、2つの電極の間に電圧を掛けて放電を開始する。衝突電離係数 (1個の電子が1m進む間に、衝突電離によって新たにイオン電子対を生成する回数) を  $\alpha$ , 陰極の二次電子放出係数 (陰極表面に正イオンが1個衝突したときに生成される2次電子の数) を  $\gamma$  とするとき、 $d, \alpha, \gamma$  を用いて放電開始条件を導け。

6. 以下の4つの問いのいずれか2つに回答せよ。

- (a) デバイシャへいとはどのような現象か、式を使わずに説明せよ。  
 (b) 温度が高くなるにつれて、プラズマの電気抵抗が減少する理由を説明せよ。  
 (c) 波と粒子の共鳴によってランダウ減衰が起きることを説明せよ。  
 (d) プラズマ中の両極性拡散を説明せよ。