―推進基礎論試験問題（平成21年度後期）―　2010.02.01

【1】定常・準1次元の狭まり-拡がりノズル流れにおいて、

（1） 質量流量 $\dot{m}$ (mass flow rate [kg/s]) と流速 u (velocity [N]) は以下の式で表されることを示せ (式を導出せよ)。式中、p_0, T_0 は貯気槽の圧力と温度、A^* はノズルスロート部の断面積、R は気体定数、γ は比熱比、p, A はノズル出口の圧力と断面積、p_e は外気圧、を表す。ただし、流れは等エントロピー的 (断熱、非粘性、非熱伝導)、スロート位置でマッハ数 M=1、拡がり部で超音速 (M>1) であり、作動気体は理想気体とする。

$$\dot{m} = \rho u A = p_0 A^* \left[\frac{\gamma}{RT_0} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{(\gamma+1)/(\gamma-1)} \right]^{1/2}$$

$$u = \left[\frac{2\gamma}{\gamma-1} RT_0 \left\{ 1-(p/p_0)^{(\gamma-1)/\gamma} \right\} \right]^{1/2}$$

＜注＞必要な場合、以下の等エントロピー関係を用いよ。(ρ は質量密度、T は温度)

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} , \qquad \frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2$$

（2） 推力 P (thrust [N]) を表す式を書け。

（3） さらに、圧力推力は無視できるとして、得られる最大の推力密度 P_d (thrust density [N/m^2]) を求めよ。

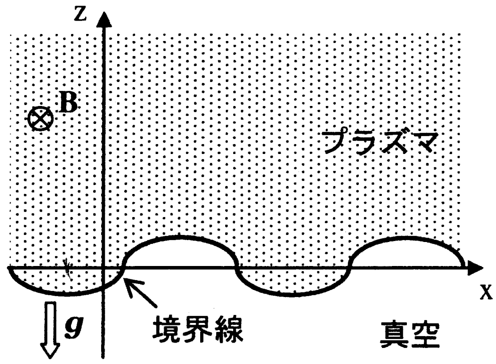
【2】xyz 空間で、y 軸正方向に一様な静磁場 B (> 0) がかかっている。電荷素量をq、電子の質量をm、正イオン（$+q$）の質量をMとする。

（1） 電子及び正イオンのサイクロトロン運動（ラーマー運動）を導出し、図を用いて説明せよ。また、プラズマが反磁性体であることを説明せよ。さらに、$B=8.75\times10^{-2}$ [T]の時の電子のサイクロトロン周波数 [Hz]を算出せよ。ただし、電子の静止質量=9.1×10^{-31} [kg], 電荷素量=1.6×10^{-19} [C]とする。なお、1 [T]=1 [J/A/m^2]である。

（2） 電子及び正イオンのサイクロトロン運動の旋回中心のドリフトの一例として、**E×B** ドリフトがある。**E×B** ドリフト現象が生じる条件を述べ、電子及び正イオンの運動について、それぞれ電子と正イオンがどちら向きにドリフトするのかを図を用いて説明せよ。また、B=2.0 [T]、一様な静電場の x 軸正方向成分の大きさが $E_x=1.0\times10^2$ [V/m]のとき、電子及び正イオンのドリフト速度を算出せよ。

（3） 上記（2）の結果を参考にし、電子及び正イオンに働くクーロン力を重力と置き換え、z 軸負方向に重力が働くときの重力場ドリフトを、方向も含め、図解して説明せよ。ただし、重力加速度を g とする。

（4） 電子、正イオンからなるプラズマ（$z > 0$）が真空（$z < 0$）と xy 平面で接している場合を考える。今、プラズマと真空との境界面に微小な変動が発生した。プラズマ中の荷電粒子（電子及び正イオン）の $\mathbf{E}\times\mathbf{B}$ ドリフト及び重力場ドリフトを考慮すると、境界面の時間発展はどうなるか？右図に示すような xz 平面と境界面との交線（境界線）に注目し、その時間発展を、$\mathbf{E}\times\mathbf{B}$ ドリフト及び重力場ドリフトを考慮して、図を用いて説明せよ。（時間発展を数式で書く必要はない。）



【3】 プラズマから静電界 (電場) によりイオンを加速して引き出す様子は、プラズマと接触する固体表面に形成されるシースにおけるイオンの挙動で説明できる。シースにおける電位降下が大きく、プレシース (遷移領域) でのイオンの加速が無視でき、さらにシース内にはイオンのみが存在すると考えることができる場合 (高電圧シース)、以下の問いに答えよ。ただし、イオン温度はゼロ (T_i=0)、ガスとの衝突は無視 (collisionless)、また外部磁場は無いものとする。

（1） 1次元シース内でのイオンのエネルギーとフラックスの保存式を書け。

（2）さらにポアッソンの方程式を解いて、固体表面に到達するイオンフラックスに関して、電流密度 J_0 と、シースの厚み s、シースにおける電位降下 (シース電圧) V_0 との関係は以下の式で表されることを示せ (式を導出せよ)。ただし、電位に関する境界条件は、$d\Phi/dx=0$, $\Phi=0$ at $x=0$ (シース端)、$\Phi=-V_0$ at $x=s$ (固体表面) とする。

$$J_0 = \frac{4}{9}\varepsilon_0\left(\frac{2e}{M}\right)^{1/2}\frac{V_0^{\ 3/2}}{s^2}$$

なおここで、ε_0 は真空の誘電率、e はイオンの電荷、M はイオンの質量、を表す。

（3）シース端 ($\Phi=0$ at $x=0$, イオン放出面) と固体表面 ($\Phi=-V_0$ at $x=s$, イオン引出し電極) の部分を穴あきの金属メッシュ (穴あき電極) で置きかえると、プラズマからシースに流入し、シースで加速されて固体表面に到達したイオンは、そのまま外部に放出され、イオンスラスタとして用いることができる。イオンスラスタとしての推力密度 F_d を、電流密度 J_0 と電圧 V_0 を用いて表せ。

（4）上記（3）において、シースの厚み s (＝電極間隔 d_s) と、電圧 V_0, プラズマ密度 n_0, プラズマ電子温度 T_e との関係式を導出せよ。

＜注＞必要な場合、ボーム速度 $u_B = \sqrt{\dfrac{kT_e}{M}}$ を用いよ。(k はボルツマン定数、T_e はプラズマ電子温度)

（5）さらに、電極間の電位 Φ、電場 E、イオンの密度 n、イオンの速度 u を、(x/s) の関数として表し、図示するとともに、その状況を説明せよ。