

戦略的行動の経済分析 II 課題

提出期限：1月17日の講義

学生番号：

氏名：

問題1. 以下の利得行列は、講義スライドの「選挙争点を巡る戦い ver.1」の利得行列であり、 B の利得(の把握)に関する2つのタイプ $B1$ と $B2$ について、 A が $B1$ の確率を p と予想し、 $B2$ の確率を $1-p$ と予想している状況が描かれている(講義スライドは、 $(p, 1-p) = (0.5, 0.5)$ のケースに該当する)。

$$B1(p)$$

$A \backslash B$	T	S
T	2, 1	0, 0
S	0, 0	1, 2

$$B2(1-p)$$

$A \backslash B$	T	S
T	2, 0	0, 2
S	0, 1	1, 0

以下の(1)–(4)に答えなさい。

(1) $(p, 1-p) = (0.75, 0.25)$ だとする。講義スライドと同様に、[1] 各プレイヤーのタイプごとの期待利得を記入した表を完成させ、[2] タイプごとに期待利得最大化戦略を○づけし、[3] ベイズ・ナッシュ均衡(A の戦略, B の戦略)を答えなさい。

$A \backslash B$	(T, T)	(T, S)	(S, T)	(S, S)
T				
S				

解答欄：

(2) $(p, 1-p) = (\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$ だとする。(1)の手順でベイズ・ナッシュ均衡を求めて答えなさい。

$A \backslash B$	(T, T)	(T, S)	(S, T)	(S, S)
T				
S				

解答欄：

(3) $(p, 1-p) = (\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ だとする。(1)の手順でベイズ・ナッシュ均衡を求めて答えなさい。

$A \backslash B$	(T, T)	(T, S)	(S, T)	(S, S)
T				
S				

解答欄：

(4) $(p, 1-p) = (0.25, 0.75)$ だとする。(1)の手順でベイズ・ナッシュ均衡が(純戦略の範囲で)存在しないことを確認しなさい。

$A \backslash B$	(T, T)	(T, S)	(S, T)	(S, S)
T				
S				

問題2. 以下の(1)と(2)に答えなさい。

(1) 以下の利得行列は、2人のプレイヤーAとBのゲームで、Aの利得(の把握)に関する2つのタイプA1とA2について、BがA1の確率を0.5と予想し、A2の確率を0.5と予想している状況が描かれている。Aが選べる行動は α と β で、Bが選べる行動は γ と δ である。Aの戦略は、A1, A2の順に行動を書くこととする。

A1 (0.5)		
A\B	γ	δ
α	2, 2	0, 0
β	0, 0	1, 4

A2 (0.5)		
A\B	γ	δ
α	2, 2	1, 0
β	0, 0	0, 4

各プレイヤーのタイプごとの期待利得(Aの利得はA1, A2の順に書く)を記入した表を完成させ、タイプごとに期待利得最大化戦略を○づけてベイズ・ナッシュ均衡(Aの戦略, Bの戦略)を求めて答えなさい。

A\B	γ	δ
(α, α)		
(α, β)	(2, 0),	(0, 0),
(β, α)	(0, 2),	(1, 1),
(β, β)		

解答欄：

(2) 以下の利得行列は、2人のプレイヤーAとBのゲームで、Aの利得(の把握)に関する2つのタイプA1とA2について、BがA1の確率を0.4と予想し、A2の確率を0.6と予想している状況が描かれている。Bの利得は、相手のタイプに依存して変わる状況になっており、Aが選べる行動は α と β で、Bが選べる行動は γ と δ である。Aの戦略は、A1, A2の順に行動を書くこととする。

A1 (0.4)		
A\B	γ	δ
α	2, 1	0, 2
β	4, 4	2, 3

A2 (0.6)		
A\B	γ	δ
α	4, 3	2, 4
β	2, 2	0, 1

各プレイヤーのタイプごとの期待利得(Aの利得はA1, A2の順に書く)を記入した表を完成させ、タイプごとに期待利得最大化戦略を○づけてベイズ・ナッシュ均衡(Aの戦略, Bの戦略)を求めて答えなさい。

A\B	γ	δ
(α, α)	(2, 4),	
(α, β)		(0, 0), 1.4
(β, α)	(4,),	
(β, β)	(, 2),	, 1.8

解答欄：

問題 3. 以下の利得行列は、講義スライドの「選挙争点を巡る戦い ver.3」の利得行列であり、A の利得 (の把握) に関する 2 つのタイプ A1 と A2 と、B の利得 (の把握) に関する 2 つのタイプ B1 と B2、それぞれの組み合わせ: (A_m, B_n) (ただし、 $m, n = 1, 2$) に対する共通事前確率が $[(A1, B1) \text{ の確率}, \dots, (A2, B2) \text{ の確率}] = (p_{11}, p_{12}, p_{21}, p_{22})$ である状況が描かれている (講義スライドは、 $(p_{11}, p_{12}, p_{21}, p_{22}) = (0.375, 0.375, 0.125, 0.125)$ のケースに該当する)。

(A1, B1) (p_{11})

A \ B	T	S
T	2, 1	0, 0
S	0, 0	1, 2

(A1, B2) (p_{12})

A \ B	T	S
T	2, 0	0, 2
S	0, 1	1, 0

(A2, B1) (p_{21})

A \ B	T	S
T	0, 1	2, 0
S	1, 0	0, 2

(A2, B2) (p_{22})

A \ B	T	S
T	0, 0	2, 2
S	1, 1	0, 0

以下の (1) - (6) に答えなさい。

(1) A がタイプ A1 である場合、A がベイズ・ルールによって合理的に予想する [1] B がタイプ B1 である確率 $P(B1|A1)$ と、[2] B がタイプ B2 である確率 $P(B2|A1)$ を、記号 $p_{11}, \dots, p_{22}$ を用いて答えなさい (ヒント: 4 つの確率の記号の中には使わない記号もある。A が A1 である確率 $P(A1)$ は $p_{11} + p_{12}$ と表せる)。

解答欄: $P(B1|A1) =$

; $P(B2|A1) =$

(2) A がタイプ A2 である場合、A がベイズ・ルールによって合理的に予想する [1] B がタイプ B1 である確率 $P(B1|A2)$ と、[2] B がタイプ B2 である確率 $P(B2|A2)$ を、記号 $p_{11}, \dots, p_{22}$ を用いて答えなさい。

解答欄: $P(B1|A2) =$

; $P(B2|A2) =$

(3) B がタイプ B1 である場合、B がベイズ・ルールによって合理的に予想する [1] A がタイプ A1 である確率 $P(A1|B1)$ と、[2] A がタイプ A2 である確率 $P(A2|B1)$ を、記号 $p_{11}, \dots, p_{22}$ を用いて答えなさい。

解答欄: $P(A1|B1) =$

; $P(A2|B1) =$

(4) B がタイプ B2 である場合、B がベイズ・ルールによって合理的に予想する [1] A がタイプ A1 である確率 $P(A1|B2)$ と、[2] A がタイプ A2 である確率 $P(A2|B2)$ を、記号 $p_{11}, \dots, p_{22}$ を用いて答えなさい。

解答欄: $P(A1|B2) =$

; $P(A2|B2) =$

(5) 共通事前確率が $(p_{11}, p_{12}, p_{21}, p_{22}) = (0.2, 0.2, 0.4, 0.2)$ だとする。各プレイヤーが自分のタイプごとに相手のタイプをどのような確率で発生すると予想するか解答欄に記入し、講義スライドと同様に各プレイヤーのタイプごとの期待利得を記入した表を完成させなさい。また、タイプごとの期待利得最大化戦略を○づけしてベイズ・ナッシュ均衡 (A の戦略, B の戦略) を答えなさい (前ページの利得行列は下にも記載してあります)。

$A \setminus B$	(T, T)	(T, S)	(S, T)	(S, S)
(T, T)				
(T, S)		$(1, \frac{2}{3}), (\frac{1}{3}, 1)$	$(1, \frac{1}{3}), (\frac{4}{3}, \frac{1}{2})$	
(S, T)		$(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}), (\frac{2}{3}, 1)$	$(\frac{1}{2}, \frac{4}{3}), (\frac{2}{3}, \frac{1}{2})$	
(S, S)				

解答欄： $P(B1|A1) =$; $P(B2|A1) =$; $P(B1|A2) =$; $P(B2|A2) =$
 $P(A1|B1) =$; $P(A2|B1) =$; $P(A1|B2) =$; $P(A2|B2) =$
 ベイズ・ナッシュ均衡：

(6) 共通事前確率が $(p_{11}, p_{12}, p_{21}, p_{22}) = (0.4, 0.2, 0.3, 0.1)$ だとする。各プレイヤーが自分のタイプごとに相手のタイプをどのような確率で発生すると予想するか解答欄に記入し、講義スライドと同様に各プレイヤーのタイプごとの期待利得を記入した表を完成させなさい。また、タイプごとの期待利得最大化戦略を○づけしてベイズ・ナッシュ均衡 (A の戦略, B の戦略) を答えなさい。

$A \setminus B$	(T, T)	(T, S)	(S, T)	(S, S)
(T, T)				
(T, S)				
(S, T)				
(S, S)				

解答欄： $P(B1|A1) =$; $P(B2|A1) =$; $P(B1|A2) =$; $P(B2|A2) =$
 $P(A1|B1) =$; $P(A2|B1) =$; $P(A1|B2) =$; $P(A2|B2) =$
 ベイズ・ナッシュ均衡：

参考：前ページの利得行列

$(A1, B1) (p_{11})$

$A \setminus B$	T	S
T	2, 1	0, 0
S	0, 0	1, 2

$(A1, B2) (p_{12})$

$A \setminus B$	T	S
T	2, 0	0, 2
S	0, 1	1, 0

$(A2, B1) (p_{21})$

$A \setminus B$	T	S
T	0, 1	2, 0
S	1, 0	0, 2

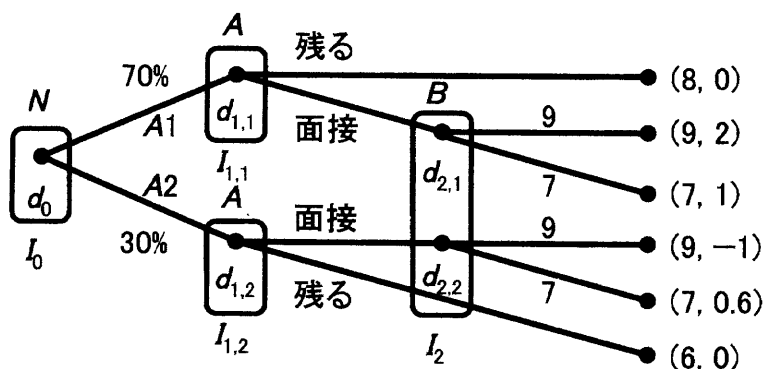
$(A2, B2) (p_{22})$

$A \setminus B$	T	S
T	0, 0	2, 2
S	1, 1	0, 0

問題4. 以下のゲーム・ツリーは、講義スライドの「転職問題 ver.3」を表すものだが、以下の点で講義スライドと異なっている：

プレイヤーAがタイプA1(有能)である確率が**70%**で、タイプA2(並)である確率が**30%**.

プレイヤーBが情報集合 I_2 で持つ信念($d_{2,1}$ の確率, $d_{2,2}$ の確率)を, $(p_B, 1-p_B)$ で一般に表すこととし、以下の(1)–(4)に答えなさい.



(1) プレイヤーBが信念 $(p_B, 1-p_B) = (0, 1)$ を持つとする。この場合の逐次合理的な戦略ペア (Aの戦略, Bの戦略) を答えなさい (ただし、各プレイヤーの戦略 (= 情報集合でとる行動のリスト) の表記は、講義スライドと同じ表記ルールで書くこと)。

解答欄：

(2) プレイヤーBが信念 $(p_B, 1-p_B) = (0.7, 0.3)$ を持つとする。この場合の逐次合理的な戦略ペア (Aの戦略, Bの戦略) を答えなさい (ただし、各プレイヤーの戦略 (= 情報集合でとる行動のリスト) の表記は、講義スライドと同じ表記ルールで書くこと)。

解答欄：

(3) プレイヤーBが信念 $(p_B, 1-p_B) = (1, 0)$ を持つとする。この場合の逐次合理的な戦略ペア (Aの戦略, Bの戦略) を答えなさい (ただし、各プレイヤーの戦略 (= 情報集合でとる行動のリスト) の表記は、講義スライドと同じ表記ルールで書くこと)。

解答欄：

(4) 完全ベイズ均衡となる信念と戦略ペアの組み合わせ $[(p_B, 1-p_B), (Aの戦略, Bの戦略)]$ を全て答えなさい (ただし、各プレイヤーの戦略 (= 情報集合でとる行動のリスト) の表記は、講義スライドと同じ表記ルールで書くこと)。

解答欄：

問題5. 講義スライドの「中古物件市場（レモン市場）」のゲームツリーを参照し、講義スライドの状況と以下の点で異なる場合を考える：AとBがやり取りする前段階では、

プレイヤーAがタイプA1（＝住み心地が良い）である確率が99%で、A2である確率は1%

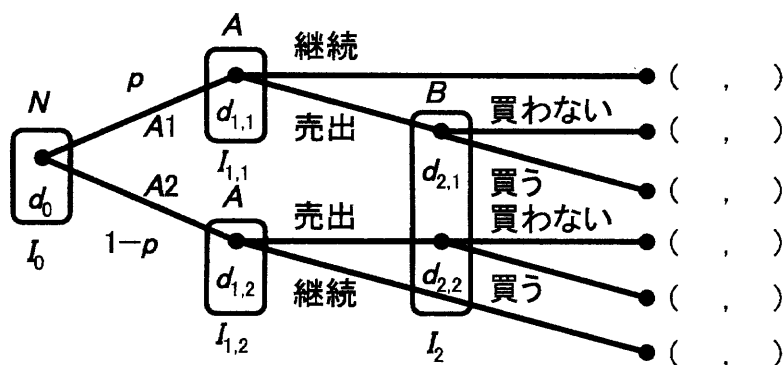
だとAもBも思っている（講義スライドは、どちらも50%の場合に該当する）。

完全ベイズ均衡となる信念と戦略ペアの組み合わせ $[(p_B, 1 - p_B), (A \text{ の戦略}, B \text{ の戦略})]$ を全て答えなさい（ただし、各プレイヤーの戦略（＝情報集合でとる行動のリスト）の表記は、講義スライドと同じ表記ルールで書くこと）。

解答欄：

問題6. 講義スライドの「中古物件市場（レモン市場）」と以下の点で異なる状況について考える：[1] AとBがやり取りする前段階では、AがA1である確率とA2である確率は p と $1 - p$ 。[2] Bに選べる行動は「買う」と「買わない」の2つ。[3] Bの利得は、住み心地の良い家を買った場合は2で、住み心地の悪い家を買った場合は-1で、家を買わない/買えない場合（＝その他のケース）は0。[4] Aの利得は、継続して住む場合は0で、売りに出したのに売れなかった場合は-1で、住み心地の良い家が売れた場合は2で、住み心地の悪い家が売れた場合は3。

Bが情報集合 I_2 で持つ信念 ($d_{2,1}$ の確率, $d_{2,2}$ の確率) を、 $(p_B, 1 - p_B)$ で一般に表記し、Aの戦略は ($I_{1,1}$ の行動, $I_{1,2}$ の行動) と書くことにする。



(1) 利得 (A の利得, B の利得) を記入し、ゲームツリーを完成させなさい。

(2) $p = 0.3$ だとする。完全ベイズ均衡となる信念と戦略ペアの組み合わせ $[(p_B, 1 - p_B), (A \text{ の戦略}, B \text{ の戦略})]$ を全て答えなさい

解答欄：

(3) $p = 0.5$ だとする。完全ベイズ均衡となる信念と戦略ペアの組み合わせ $[(p_B, 1 - p_B), (A \text{ の戦略}, B \text{ の戦略})]$ を全て答えなさい

解答欄：

問題7. 講義スライドの「転職問題 ver.4」のゲームツリーを参照し、講義スライドの状況と以下の点で異なる場合を考える：AとBがやり取りする前段階では、

プレイヤーAがタイプA1（有能）である確率が60%で、A2（並）である確率は40%

だとAもBも了解している（講義スライドは、逆の40% - 60%の場合に該当）。

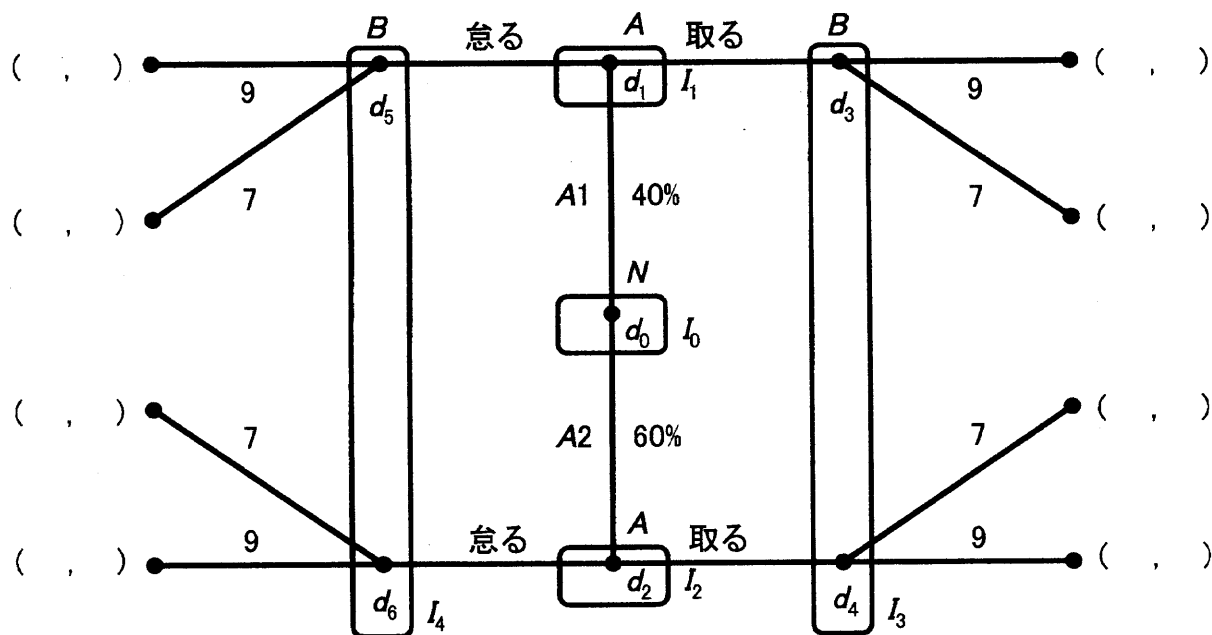
完全ベイズ均衡となる信念と戦略ペアの組み合わせ $[(p_3, 1 - p_3), (p_4, 1 - p_4)]$, (Aの戦略, Bの戦略) を全て答えなさい（ただし、各プレイヤーの戦略（＝情報集合でとる行動のリスト）の表記は、講義スライドと同じ表記ルールで書くこと）。

解答欄：

問題8. 講義スライドの「転職問題 ver.4」のゲームツリーを参照し、講義スライドの状況と以下の点で異なる場合を考える：

プレイヤーAがタイプA2の場合の資格取得費用は1(百万)。

他の状況は講義スライドと同じであるとし、以下の(1) - (2)に答えなさい。



(1) 利得 (Aの利得, Bの利得) を記入し、ゲームツリーを完成させなさい。

(2) 完全ベイズ均衡となる信念と戦略ペアの組み合わせ $[(p_3, 1 - p_3), (p_4, 1 - p_4)]$, (Aの戦略, Bの戦略) を全て答えなさい（ただし、各プレイヤーの戦略（＝情報集合でとる行動のリスト）の表記は、講義スライドと同じ表記ルールで書くこと）。

解答欄：

問題9. 以下の特性関数 v は、講義スライドの「自治体のゴミ処理場建設問題」を表す提携形ゲーム (プレイヤーの集合は $\{A, B, C\}$) の特性関数である：

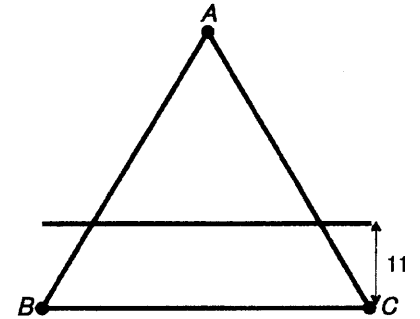
$$v(A) = v(B) = v(C) = 0, v(\{A, B\}) = 12, v(\{A, C\}) = 8, v(\{B, C\}) = 25, v(\{A, B, C\}) = 36, v(\{\emptyset\}) = 0.$$

以下の (1) - (6) に答えなさい。

(1) 右の基本三角形の高さを答えなさい (辺 BC に平行な線分は、提携 $\{B, C\}$ の提携合理性を判定するための線分)。

解答欄：

(2) 右の基本三角形に、提携 $\{A, B\}$ の提携合理性を判定するための線分を実線で、提携 $\{A, C\}$ の提携合理性を判定するための線分を破線で、提携 $\{B, C\}$ の提携合理性と同じ要領で書きなさい。



(3) 分配 $(x_A, x_B, x_C) = (11, 12, 13)$ を基本三角形内に点 α として記入し、この分配がコアに属すかどうか答えなさい。

解答欄：

(4) 分配 $(x_A, x_B, x_C) = (12, 12, 12)$ を基本三角形内に点 β として記入し、この分配がコアに属すかどうか答えなさい。

解答欄：

(5) 分配 $(x_A, x_B, x_C) = (11, 0, 25)$ を基本三角形内に点 γ として記入し、この分配がコアに属すかどうか答えなさい。

解答欄：

(6) 分配 $(x_A, x_B, x_C) = (10, 26, 0)$ を基本三角形内に点 δ として記入し、この分配がコアに属すかどうか答えなさい。

解答欄：