2011/03/25 柚井

Bayesian Networks and Decision Graphs 輪講

2.2 Causal Networks and d-Separation

因果ネットワークは変数とそれをつなぐ矢印から構成され、そのような構造を数学的に有向グラフ(directed graph)と呼ぶ。有向グラフについて語られるとき、一般的に家族についての言葉が使われる。A から B に矢印が繋がっているとき、A は B の親であり、B は A の子である。

A（親）→B（子）

変数は命題(or sample space)を表す（1.3 節参照）。変数はいくつかの状態（もしくは結果）を持つ。

例：車の色（青、緑、赤、茶色）

ある家族の子供の数（0,1,2,3,4,5,6,>6）

病気（気管支炎、結核、肺癌）

変数は、非連続の状態か連続的な状態を持つかもしれないが、我々は有限の数を持つ変数を考える（連続的な変数については 3.3.8 節で考える)。

因果ネットワークにおいて、変数は事柄の可能な状態を表す。変数はその状態の 1 つを正確に表すが、それは我々にとってわからないことかもしれない。

２.1.2 節で示されたように、因果ネットワークは、ある変数の確実さが変化したときに他の変数の確実さがどのように変化するかを見るために使われる。本節では、理由の種類のルールについて言及する。

Serial Connections(直列接続)

Fig.2.3 のような場合を考える。ここで、A は B に影響し、順番に C にも影響する。明らかに A についてのエビデンスは B の確実さに影響し、C の確実さにも影響する。同様に C についての証拠は B を介して A の確実さに影響する。一方、もし、B の状態を知っているなら、交信はブロックされ、A と B は独立となる。つまり、A と C は B のもとで d 分離される。変数の状態を知っているとき、我々は、変数は既知(*instantiated*)であると言う。

我々は変数の状態を知らないなら、証拠が Serial Connections を通して伝達されると結論を下せる。

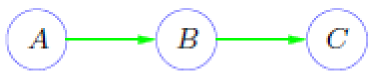

Fig.2.3

Example2.2

Rainfall (no, light, medium, heavy)

Water level (low, medium, high)

Flooding (yes, no)

Fig.2.4 Acausal model for Rainfall, Water level, and Fooding.

water level を観察していないとして、Flooding が増えているという知識があったら、Water Level が high という私の信念は上がり、それは rainfall についての私の信念も変えるだろう。

一方、もし私が Water Level を知っていたら、Flooding しているという知識は私に Rainfall についての新しい何かは与えないだろう。

Diverging Connections (分岐接続)

Fig2.5 のような状態を分岐接続(*diverging connection*)と呼ぶ。A の状態を知らないなら、A の全ての子供の間に影響が通る。B,C,･･･,E は A の下で d 分離されている。

既知(instantiated)でない限り、証拠が分岐接続を通って伝達される。

Example2.3

もし、我々が性別を知らないなら、髪の長さを見ることは、我々に性別について教えるだろう、そして、これは身長についての我々の信念に焦点を当てるだろう。一方、もし、その人が男であることが分かっているなら、髪の長さは、その人の身長についてのヒントを何も与えないだろう。

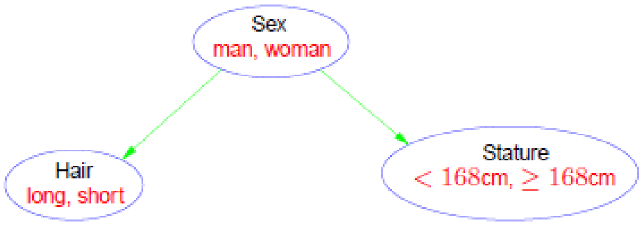

Fig.2.6 Sex has an impact on length of hair as well as stature.

Converging Connections （集中接続）

Fig.2.7 のような状態の記述は少し注意を要する。もし、A がその親である B,...,E についての知識から影響を受けるということ以外に A についての知識が無いなら、親は独立である。すなわちそれらのエビデンスは、A を通って他のものの確実さに影響を与えない。ある事象の考えられる原因の 1 つについての知識は、他の考えられる原因について何も教えない。しかしながら、もし結果について何か知っているなら、ある原因の情報は、他の原因について何かを教えるかもしれない。これは、エンスト問題で描かれていた弁明効果(*explaining away* effect)である。すなわち、車が動かないなら、考えられる原因は“プラグが汚れている”と“燃料タンクが空”である。もし、我々がタンクの中に燃料があるという情報を得たら、我々のプラグが汚れているという信念は上がるだろう。なぜなら、これは車が何故エンストしているのかを説明しているからである。逆に、もし、我々が燃料が無いという情報を得たら、プラグが汚れているという信念は下がるだろう。なぜなら、燃料の不足はエンストの理由を説明しているからである。

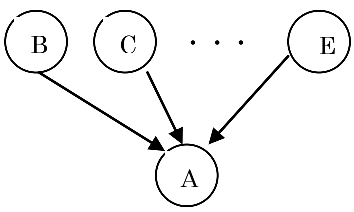

Fig.2.7 Converging connection. If A changes certainty, it opens communication between its parents.

Fig.2.8 の右の図において A は F と間接的に繋がっている。F の状態についての知識は、E の状態について何かを与え、順番に A の状態についても何かを与える。

Converging Connections のまとめ：もし接続における変数のどれか、もしくは子孫の一つがエビデンスを受け取ったなら、集中接続を通してエビデンスは伝達されるかもしれない。

Remark : 変数についてのエビデンスはその条件の確実さの statement である。もし変数が既知であるなら、我々はそれを *hard* evidence と呼び、既知でないなら *soft* evidence と呼ぶ。上の例(Fig.2.8)で、我々は変数 F についての hard evidence が変数 A についての soft evidence を与えると言える。直列接続と分岐接続の場合の遮断は hard evidence を要求し、一方、集中接続の場合は、どんなエビデンスが来ても d 分離されない。

※hard evidence:実際にそれが起こったという事実。
soft evidence：（ある事象が起きたという）不確かなエビデンスであるが、我々の信念を増加させる。

Example 2.4
もし吐き気(Nausea)や青白さ(Pallor)について何も知らないなら、人がサルモネラ菌を持っているかどうかの情報はインフルエンザについて何も我々に教えない。しかしながら、もし我々がある人が青白いことに気付いているなら、その人がサルモネラ菌を持っていないという情報は、その人がインフルエンザであるという我々の信念を高めるだろう。

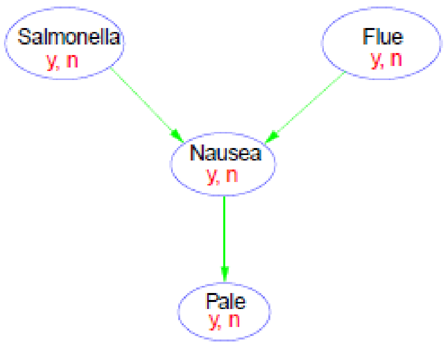

Fig.2.9

2.2.1 d-separation　（d-分離）

Definition 2.1 (d-separation)

もし、因果ネットワークにおける 2 つの異なった変数 A と B の間の全てのパスで、以下のどちらかを満たすような変数 V(A と B とは異なる変数)があるなら、A と B は d-分離 (”d”は”directed graph”の”d”)（＊鈴木譲「ベイジアンネットワークにおける確率伝播について」では dependency-separate 依存分離的と説明されている）である。

-直列接続か分岐接続であり、V は既知である。

-集中接続であり、V と V の子孫のどちらも証拠を受け取らない

もし、A と B が d-分離でないなら、我々はそれらを d-接続と呼ぶ。

Fig.2.10 は大きなネットワークの例である。エビデンスが B に入り M が既知であることを表す。もし、エビデンスが A に入るなら、それは D に伝達される。変数 B がブロックされたら、エビデンスは B を通って E に伝達されない。しかし、それは H と K に伝達されるかもしれない。K の子供の M はエビデンスを受け取るので、H からのエビデンスは I を通って更に E、C、F、J、L へと伝達されるかもしれない。そのため小道 A-D-H-K-I-E-C-F-J-L は d-接続である。

A と B は d-接続であるけれども、A の信念の変化は必ずしも B の信念を変えないだろう。この違いを強調するために、我々は時々、A と B は、それらが d-分離であるなら、構造独立(*structurally independent*)であると言う（Ecercise2.23 参照)。

d -分離への接続で、ノード A のノードの特別なセットは A に対するマルコフブランケット(*Markov blanket*)と呼ばれる。

Definition 2.2

変数 A のマルコフブランケットは A の親、A の子、子を A と共有する変数から成るセットである。

マルコフブランケットは既知の時､A はネットワークの残りと d-分離であるという性質がある(Fig.2.12 参照)。

Claim：もし、A と B が d-分離なら、A の確実さの変化は B の確実さの変化に影響しない。

しかし、Claim は“確実さ”の正確な定義無しには、定理として確立できない。あなたは d-分離を人間の推論の特性としてみなすことができ、確実さの計算は claim を満たすべきであると要求することができる。