

Bayesian Networks and Decision Graphs 輪講

2.2 Causal Networks and d-Separation

因果ネットワークは変数とそれをつなぐ矢印から構成され、そのような構造を数学的に有向グラフ(directed graph)と呼ぶ。有向グラフについて語られるとき、一般的に家族についての言葉が使われる。A から B に矢印が繋がっているとき、A は B の親であり、B は A の子である。

A (親) → B (子)

変数は命題(or sample space)を表す (1.3 節参照)。変数はいくつかの状態 (もしくは結果) を持つ。

例：車の色 (青、緑、赤、茶色)

ある家族の子供の数 (0,1,2,3,4,5,6,>6)

病気 (気管支炎、結核、肺癌)

変数は、可算の状態か連続的な状態を持つかもしれないが、我々は有限の数を持つ変数を考える (連続的な変数については 3.3.8 節で考える)。

因果ネットワークにおいて、変数は事柄の可能な状態を表す。変数はその状態の 1 つを正確に表すが、それは我々にとってわからないことかもしれない。

2.1.2 節で示されたように、因果ネットワークは、ある変数の確からしさが変化したときに他の変数の確からしさがどのように変化するかを見るために使われる。本節では、理由の種類の種類について言及する。

Serial Connections(連続接続)

Fig.2.3 のような場合を考える。ここで、A は B に影響し、順番に C にも影響する。明らかに A についての証拠(evidence)は B の確からしさに影響し、C の確からしさに影響する。同様に C についての証拠は B を介して A の確からしさに影響する。一方、もし、B の状態を知っているなら、交信はブロックされ、A と B は独立となる。つまり、A と C は B のもとで d 分離される。変数の状態を知っているとき、我々は、変数は既知(*instantiated*)であると言う。

我々は変数の状態を知らないなら、証拠が Serial Connections を通して伝達されると結論を下せる。

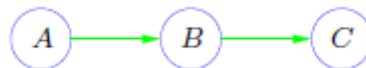


Fig.2.3

Example2.2

Rainfall (no, light, medium, heavy)

Water level (low, medium, high)

Flooding (yes, no)

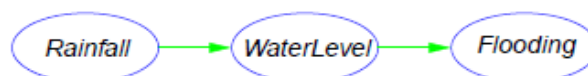


Fig.2.4 Acausal model for Rainfall, Water level, and Flooding.

water level を観察していないとして、Flooding が増えているという知識があったら、Water Level が high という私の信念（確信度）は上がり、それは rainfall についての私の信念も変えるだろう。

一方、もし私が Water Level を知っていたら、Flooding しているという知識は私に Rainfall についての新しい何かは与えないだろう。

Diverging Connections (分岐接続)

Fig2.5 のような状態を分岐接続(*diverging connection*)と呼ぶ。A の状態を知らない限り、A の全ての子供の間に影響が通る。B,C,...,E は A の下で d 分離されている。

既知(instantiated)でない限り、証拠が分岐接続を通して伝達される。

Example2.3

もし、我々が性別を知らないなら、髪の色を見ることは、我々に性別について教えるだろう、そして、これは身長についての我々の信念（確信度）に焦点を当てるだろう。一方、もし、その人が男であることが分かっているなら、髪の色は、その人の身長についてのヒントを何も与えないだろう。

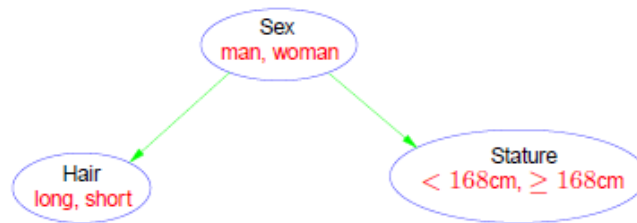


Fig.2.6 Sex has an impact on length of hair as well as stature.

Converging Connections (集中接続)

Fig.2.7 のような状態の記述は少し注意を要する。もし、A がその親である B,...,E についての知識から影響を受けるということ以外に A についての知識が無いなら、親は独立である。すなわちそれらの証拠(evidence)は、A を通って他のものの確からしさに影響を与えない。ある事象の考えられる原因の 1 つについての知識は、他の考えられる原因について何も教えない。しかしながら、もし結果について何か知っているなら、ある原因の情報は、他の原因について何かを教えるかもしれない。これは、エンスト問題で描かれていた弁明効果(*explaining away effect*)である。すなわち、車が動かないなら、考えられる原因は“プラグが汚れている”と“燃料タンクが空”である。もし、我々がタンクの中に燃料があるという情報を得たら、我々のプラグが汚れているという確信度は上がるだろう。なぜなら、これは車が何故エンストしているのかを説明しているからである。逆に、もし、我々が燃料が無いという情報を得たら、プラグが汚れているという確信度は下がるだろう。なぜなら、燃料の不足はエンストの理由を説明しているからである。

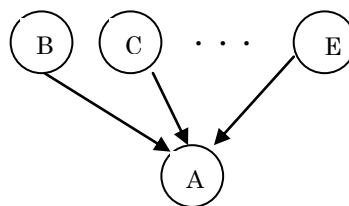


Fig.2.7 Converging connection. If A changes certainty, it opens communication between its parents.

Fig.2.8 の右の図において A は F と間接的に繋がっている。F の状態についての知識は、E の状態について何かを与え、順番に A の状態についても何かを与える。

Converging Connections のまとめ：もし接続における変数のどれか、もしくは子孫の一つが証拠を受け取ったなら、集中接続を通して証拠は伝達されるかもしれない。

Remark：変数についての証拠はその条件の確かさの statement である。もし変数が既知であるなら、我々はそれを *hard evidence* と呼び、既知でないなら *soft evidence* と呼ぶ。上の例(Fig.2.8)で、我々は変数 F についての *hard evidence* が変数 A についての *soft evidence* を与えると言える。連続接続と分岐接続の場合の遮断は *hard evidence* を要求し、一方、集中接続の場合は、どんな *evidence* でも良い。

Example 2.4

もし吐き気(Nausea)や青白さ(Pallor)について何も知らないなら、人がサルモネラ菌を持っているかどうかの情報はインフルエンザについて何も我々に教えない。しかしながら、もし我々がある人が青白いことに気付いているなら、その人がサルモネラ菌を持っていないという情報は、その人がインフルエンザであるという我々の確信を高めるだろう。

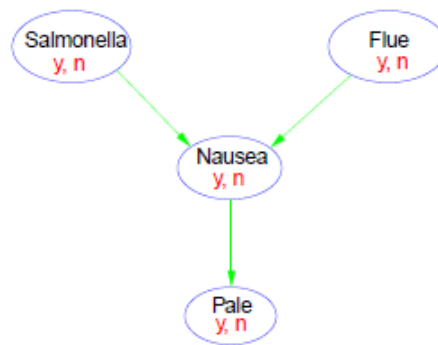


Fig.2.9

2.2.1 d-separation (d-分離)

Definition 2.1 (d-separation)

もし、因果ネットワークにおける 2 つの異なる変数 A と B の間の全てのパスで、以下のどちらかを満たすような変数 V(A と B とは異なる変数)があるなら、A と B は d-分離 ("d"は"directed graph"の"d") である。

- 連続接続か分岐接続であり、V は既知である。
 - 集中接続であり、V と V の子孫のどちらも証拠を受け取らない
- もし、A と B が d-分離でないなら、我々はそれらを d-接続と呼ぶ。

Fig.2.10 は大きなネットワークの例である。証拠が B に入り M が既知であることを表す。もし、証拠が A に入るなら、それは D に伝達される。変数 B がブロックされたら、証拠は B を通って E に伝達されない。しかし、それは H と K に伝達されるかもしれない。K の子供の M は証拠を受け取るので、H からの証拠は I を通って更に E、C、F、J、L へと伝達されるかもしれない。そのため小道 A-D-H-K-I-E-C-F-J-L は d-接続である。

A と B は d-接続であるけれども、A の確信度の変化は必ずしも B の確信度を変えないだろう。この違いを強

調するために、我々は時々、A と B は、それらが d-分離であるなら、構造独立(*structurally independent*)であると言う (Exercise 2.23 参照)。

d-分離への接続で、ノード A のノードの特別なセットはマルコフブランケット(*Markov blanket*)と呼ばれる。

Definition 2.2

変数 A のマルコフブランケットは A の親、A の子、a child with A を共有する変数から成るセットである。

マルコフブランケットは既知の時、A はネットワークの残りとは d-分離であるという性質がある (Fig. 2.12 参照)。

Claim : もし、A と B が d-分離なら、A の確信度の変化は B の確信度の変化に影響しない。

しかし、**Claim** は“確信度”の正確な定義無しには、定理として確立できない。あなたは d-分離を人間の推論の特性としてみなすことができ、確信度の計算は **claim** を満たすべきであると要求することができる。