

1 練習問題 (柳)

1.3 出る目が同様に確からしいコインを投げる。表なら正四面体のさいころを投げ、裏なら6面のさいころを投げる。さいころの数字にしか着目しないとする。標本空間 S_A は1から6までの数字となる。別の標本空間として $S_B = \{t_1, \dots, t_6, h_1, \dots, h_4\}$ も考えられる。 t_2 は「コインが裏となり、さいころが2」の場合、 h_4 は「コインが表となり、さいころが4」の場合を意味する。 S_A か S_B を選び、以下の確率を計算せよ。選択した標本空間によると、3または5を出す確率はいくらか。

S_A の確率 : $P_A(1)=\dots=P_A(4)=5/24, P_A(5)=P_A(6)=1/12$

S_B の確率 : $P_B(t_1)=\dots=P_B(t_6)=1/12, P_B(h_1)=P_B(h_4)=1/8$

$P_A(3)+P_A(5)=7/24$

$P_B(t_3)+P_B(t_5)+P_B(h_3)=7/24$

1.8 以下の2つの実験を行う：一つでは赤のさいころを使う。もう一つでは青のさいころを使う。 R が赤のさいころを投げた結果を表し、状態 $\{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6\}$ を持つ。 B が青のさいころを投げた結果を表し、状態 $\{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6\}$ を持つ。赤の出る目は同様に確からしいとする。青は、 $P(B=b_1)=P(B=b_2)=P(B=b_3)=1/12$ で $P(B=b_4)=P(B=b_5)=P(B=b_6)=1/4$ であるとする。赤と青のさいころ両方を投げる実験の標本空間を示せ。 $P(R)$ と $P(B)$ を用いて、その標本空間の分配確率を求めよ。

標本空間 (r は赤、 b は青を表す) :

$$S = \{r_1b_1, r_1b_2, \dots, r_1b_6, r_2b_1, r_1b_2, \dots, r_6b_6\}$$

$$P(r_1b_1)=P(r_1b_2)=P(r_1b_3)=P(r_2b_1)=\dots=P(r_6b_3)=1/6 \times 1/12=1/72$$

$$P(r_1b_4)=P(r_1b_5)=P(r_1b_6)=P(r_2b_4)=\dots=P(r_6b_6)=1/6 \times 1/4=1/24$$

1.12 表 1.17 はある事象 A の試験 T を表す。0.01 は偽陰性の頻度、0.001 は偽陽性の頻度である。

(i) 飲酒していると思われる運転手に対して、警察は血液検査を求めることができる。試験には上記の性質がある。経験上、疑いのある人の20%が実際飲酒運転をしている。疑いのある人が陽性を示した。この人が飲酒運転をしている確率を求めよ。

疑いのある人の20%が飲酒運転をしていることから、

$$P(A)=(0.2, 0.8)$$

であることが分かる。これを表 1.7 にかけることにより、

$$P(T,A)=$$

	A=yes	A=no
T=yes	0.198	0.0008
T=no	0.002	0.7992

が得られる。この表より、

$$P(T=yes)=0.198+0.0008=0.1988$$

求めるべき確率は $P(A=yes|T=yes)$ なので、

$$P(A=yes|T=yes)=P(T=yes \cap A=yes)/P(T=yes)=0.198/0.1988=0.996$$

(ii)警察は道をふさぎ、運転手の血液を採取し、同じ試験を行う。1000人に1人が血液に過剰のアルコールがあると見積もられている。ある運転手に対して、陽性反応が出た。この運転手が飲酒運転していた確率は?

条件より(i)において、

$$P(A)=(0.001,0.999)$$

とする。後は全く同様にして、

$$P(A=yes|T=yes)=0.498$$