

# ラジプロ個人的メモ

2010 年 3 月 8 日版

Radiative Processes in Astrophysics の内容に関して、自分が理解するためだけに、個人的な補足や計算を加えたもの。

1 Chap.1:

2 Chap.2:

3 Chap.3:

4 Chap.4:

5 Chap.5:

6 Chap.6:

7 Chap.7:

8 Chap.8:

9 Chap.9:

10 Chap.10:Radiative Transitions

10.1 p.269 のもろもろ

まず、 $v/c \sim \alpha$  を示そう。(9.6),(9.7) 式より今、atom の単位エネルギーは

$$E \sim mv^2 \sim \frac{e^2}{a_0} = \frac{me^4}{\hbar^2} \quad (1)$$

とおかれている。これを利用すると、

$$v \sim \frac{e^2}{\hbar} = \alpha c \quad (2)$$

となり、 $\alpha \sim v/c$  が出る。また、 $A \sim \lambda E$  (ここで  $\lambda$  は radiation の波長) も見てみよう。

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi \quad (3)$$

であったことを思い出す。今、Coulomb Gauge を取っているので、右辺の第 2 項は無視してよい。なので、フーリエ変換してやると

$$\mathbf{E} = -\frac{i\omega}{c} \mathbf{A} \quad (4)$$

となり、 $\omega = 2\pi c/\lambda$  を入れてやれば、 $A \sim \lambda E$  がでる。また、(10.5) 式の下で議論されている  $n_{ph}$  であるが、これは概算で良ければ求めることができる。星の表面から出る Luminosity  $L$  を考えて、このエネルギーが単位時間に伝わる領域  $4\pi R^2 c$  (ここで  $R$  は星の半径) で割ってやると、単位体積当たりのエネルギーが出る。これをさらに 1 光子あたりのエネルギー  $h\nu = h\frac{\lambda}{c}$  で割ってやると、

$$n_{ph} \sim \frac{L}{4\pi R^2 c} \frac{\lambda}{hc} \quad (5)$$

と書くことが出来る。ちなみに、太陽の場合、 $L_{\odot} = 4 \times 10^{33} [\text{erg/s}]$ ,  $R_{\odot} = 7 \times 10^{10} [\text{cm}]$ ,  $\lambda \sim 5 \times 10^{-5} [\text{cm}]$  くらいにしてみても代入してみると

$$n_{ph} \sim \frac{4 \times 10^{33}}{4 \times 3 \times 5 \times 10^{21} \times 3 \times 10^{10}} \frac{5 \times 10^{-5}}{6 \times 10^{-27} \times 3 \times 10^{10}} \sim 10^{12} \quad (6)$$

くらいになる。

## 10.2 p.272 のあたり

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} \sim k a_0 \sim \frac{a_0 \Delta E}{\hbar c} \sim \frac{Z\alpha}{2} \ll 1 \quad (7)$$

を丁寧に 1 コずつ見てみる。

## 10.3 p.289 Natural Broadening

今  $A_{nn'}$  をある atomic state  $n$  から  $n'$  における Einstein の  $A$  係数だと思おうと、

$$\gamma = \sum_{n' < n} A_{nn'} \quad (8)$$

は、 $n$  から遷移することのできるすべての状態を足しあわせた、ある単位時間あたりの確率となっている。今  $A$  係数を考えているのだから、 $n < n'$  という制限がつく。よって、今 Spontaneous な遷移だけ (つまり  $B$  係数などを考えず  $A$  係数だけ) 考えると、ある state  $n$  における電子密度  $N_n$  は、

$$\frac{dN_n}{dt} = -\gamma N_n \quad (9)$$

で表される。これを解くと、係数を  $C$  として、

$$N_n(t) = C e^{-\gamma t} \quad (10)$$

となる。今電場  $E(t)$  の強さ  $|E(t)|$  は  $N_n \propto |E(t)|^2$  であるので、電場の減衰は係数は無視して (あとで規格化をしてつじつまあわせを行うのでここではとりあえず無視することにする)、

$$E(t) = e^{-\gamma t/2 - i\omega_0 t} \quad (11)$$

で表される。さて、ここでフーリエ変換をして時刻  $t$  を  $\omega$  で表現すると、

$$E(\omega) = \int E(t) e^{i\omega t} dt \quad (12)$$

より、

$$E(\omega) = -\frac{1}{\gamma/2 + i(\omega - \omega_0)} \quad (13)$$

であり、line profile を表す  $\phi(\nu)$  は、 $\omega = 2\pi\nu$  も考慮して、

$$\phi(\nu) = \frac{1}{\gamma^2/4 + 4\pi^2(\nu - \nu_0)^2} \quad (14)$$

となる。最後に規格化を行うため、 $\int \phi(\nu) d\nu = 1$  より、

$$\phi(\nu) = \frac{\gamma/4\pi^2}{(\gamma/4\pi)^2 + (\nu - \nu_0)^2} \quad (15)$$

が求まる。これが、Spontaneous な  $A$  係数だけを考慮した line profile である Lorentz profile である。